

Wydatki krytyczne przy dopływie ropy lub gazu w odwiercie pionowym i poziomym

The critical flow rates in vertical and horizontal gas/oil wells

Tadeusz Szpunar, Paweł Budak

Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy

STRESZCZENIE: Artykuł poświęcony jest metodom określania wydatku krytycznego w odwiertach pionowych i poziomych eksploatujących ropę naftową i gaz ziemny w stanie pseudoustalonym i nieustalonym. Podano szereg zależności do ustalania wydatku krytycznego dla różnych konfiguracji, tj. rodzaju odwiertu (poziomy/pionowy), charakteru dopływu medium złożowego (pseudoustalony/nieustalony) oraz rodzaju medium (gaz ziemny/ropa naftowa) opracowanych przez różnych autorów, poświęcając szczególną uwagę metodzie Chaperon – jako jedynej mającej podstawy teoretyczne. Podano zaproponowane przez autorów bardzo proste wzory, które mogą służyć do orientacyjnej oceny wielkości wydatku krytycznego, i losowo porównano wyniki z otrzymanymi za pomocą metody Chaperon, stwierdzając dającą się zaakceptować rozbieżność wyników, pomimo że w modelu Chaperon w przypadku odwiertu poziomego przyjmowano inne założenia odnośnie do kształtu obszaru drenowanego przez odwiert i charakter przepływu. Zależności te wykorzystywane są do interpretacji zachowania ciśnienia przy radialnym dopływie ropy naftowej i gazu ziemnego do odwiertu pionowego i poziomego. Podane zależności oparte są na powszechnie znanych wzorach wiążących ciśnienie denne ruchowe w odwiercie z natężeniem dopływu medium złożowego. W artykule zestawiono rozmaite korelacje służące do określania wydatku krytycznego proponowane przez różnych autorów opracowane przy przyjęciu różnych założeń. Rozbieżności wyników poszczególnych korelacji dla tego samego zestawu danych proponowanych przez różnych autorów mogą dochodzić do kilkuset procent, co uzmysławia złożoność zagadnienia zawiadniania się odwiertów eksploatacyjnych i trudność realistycznego opisu tego zjawiska. Korelacje podane w tekście artykułu opracowano na podstawie modeli analogowych lub na podstawie badań laboratoryjnych.

Słowa kluczowe: wydatek krytyczny, stan nieustalony, stan pseudoustalony, depresja krytyczna, przyływ ropy/gazu, otwór pionowy/poziomy, stożek wodny.

ABSTRACT: The article discusses the methods used for evaluation of the critical flow rate in vertical and horizontal wells in case of oil or natural gas flow. The transient and pseudo-steady flow is considered. Various relations used for evaluation of critical flow rate for vertical/horizontal wells proposed by several authors have been provided. Special attention has been paid to Chaperon model which is the only one having the theoretical foundation. Very simple equations which can be used for evaluation of critical flow rate, based on well-known and generally accepted equations relating the bottom hole pressure and flow rate have been proposed. Those equations relate the pressure behavior in oil and gas wells assuming the radial flow in the reservoir. Relations for vertical and horizontal wells have been provided. They can be used for approximate evaluation of critical flow rate which is the highest flow rate not causing inflow of water into oil or gas well. Of course there are discrepancies between results given by Chaperon and the proposed methods but they are not very large and are acceptable from the technical point of view. One should remember that in case of the horizontal wells the Chaperon model assumes rectangular shape of drainage area while the methods proposed in this paper use the circular drainage area and radial flow. It should be noted that the critical flow rates evaluated using various methods provided in literature and listed in this article yield results which may differ by several hundred percent for the same set of input data – this indicates the complexity of the problem of water inflow to the production wells. Equations proposed by various authors are based on the analog models or results of the laboratory experiments.

Key words: critical flow rate, unsteady/pseudosteady flow, critical drawdown pressure, oil/gas flow, vertical/horizontal well, water coning.

Autor do korespondencji: T. Szpunar, e-mail: tadeusz.szpunar@inig.pl

Artykuł nadesłano do Redakcji: 02.03.2022 r. Zatwierdzono do druku: 18.07.2022 r.

Wstęp

Wytworzenie depresji w odwiercie wydobywającym ropę naftową lub gaz ziemny, która konieczna jest do spowodowania dopływu tych mediów do odwiertu, powoduje również przepływ wody podścielającej do góry, w kierunku otworów perforacyjnych lub udostępnionego interwału złoża, w wyniku powstania różnicy ciśnień pomiędzy warstwą wody podścielającej a warstwą złożową. Przy odpowiednio dużej depresji woda może podnieść się do poziomów dolnych otworów perforacyjnych lub do poziomu spągu złoża i mieszać się z wydobywanym medium, co przejawia się wzrostem tzw. wykładnika wodnego. Wdzieranie się wody złożowej do wydobywanej ropy lub gazu jest szkodliwe, gdyż sytuacja taka wymaga odseparowywania wody, a w przypadku dużych ilości wydobywanej wody stwarza problemy z jej utylizacją, co z kolei wiąże się z wyższymi kosztami eksploatacji złoża węglowodorów.

Podnoszenie się wody w otoczeniu odwiertu eksploatacyjnego określa się mianem stożka wodnego, co wynika z faktu, że powstała powierzchnia rozdziału faz woda–eksploatowane medium ma, w przypadku złoża jednorodnego, kształt zbliżony do stożka, którego oś symetrii pokrywa się z osią odwiertu.

Wielkość depresji, przy której wysokość stożka wodnego osiąga poziom spągu złoża lub dolnych otworów perforacyjnych, nazywamy depresją krytyczną, a odpowiadający jej wydatek odwiertu – wydatkiem krytycznym. Wydatek krytyczny jest to więc graniczny wydatek, którego przekroczenie powoduje podciągnięcie wody złożowej powyżej poziomu perforacji lub poziomu spągu złoża (w odwiercie nieorurowanym) i dostawanie się wody podścielającej do wydobywanego medium.

Przekroczenie wydatku krytycznego nie prowadzi do natychmiastowego przedarcia się wody podścielającej do odwiertu, gdyż jest to proces rozłożony w czasie. W przypadku eksploatacji odwiertu przy wydobyciu wyższym od krytycznego wykładnik ropno-wodny lub gazowo-wodny (OWR lub GWR) rośnie stopniowo aż do momentu, gdy stanie się tak duży, że dalsza eksploatacja gazu lub ropy przestanie być opłacalna ekonomicznie.

Sposoby obliczania wydatku krytycznego

Czynnikiem warunkującym rozpatrywanie przebiegu narastania wykładnika wodnego przy eksploatacji gazu (GWR) lub ropy (OWR) jest znajomość wydatku krytycznego (Q_{crit}), gdyż jego przekroczenie powoduje dopływ wody do eksploatowanego odwiertu. Istnieje szereg metod doboru odpowiednich korelacji do obliczeń wydatku krytycznego dla odwiertów pionowych i poziomych, zarówno dla gazu, jak i ropy. Do

najczęściej stosowanych zależności służących do obliczeń wydatku krytycznego gazu lub ropy przy eksploatacji złoża udostępnionego odwiertem pionowym lub poziomym z wodą podścielającą należą:

- wzór Chaperon, funkcjonujący dla odwiertu pionowego i poziomego dla układu ropa–woda oraz gaz–woda, który jako jedyny wyprowadzono na podstawie modelu matematycznego;
- wzór Meyera, Gardinera i Pirsona dla układu gaz–ropa, ropa–woda, gaz–woda i gaz–ropa–woda;
- wzór Scholsa dla układu ropa–woda lub gaz–woda;
- wzór Hoylanda, Papatzacosa i Skjaevelanda dla układu ropa–woda i gaz–woda;
- wzór Cierici-Gucci dla układu ropa–woda.

Zależności określające wielkość wydatku krytycznego podawane przez wymienionych powyżej autorów dotyczą przypadków udostępniania złóż ropy lub gazu odwiertem pionowym, a w pewnych przypadkach również poziomym, przy czym na ogół przyjmuje się, że odwiert jest orurowany i udostępniony przez perforację.

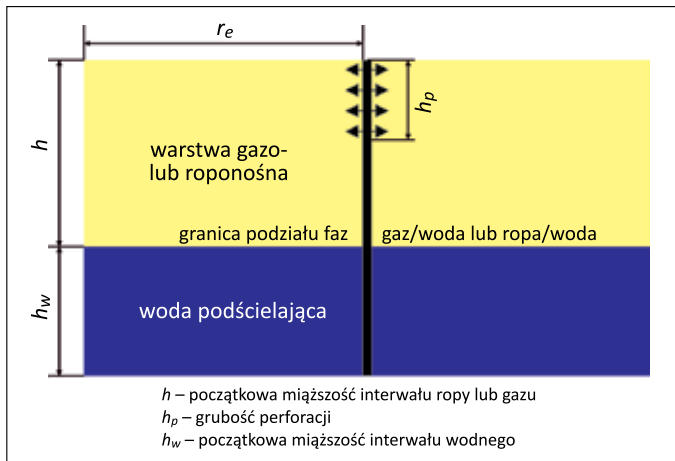
Podawane zależności służące do określania wydatku krytycznego mają uzasadnienie teoretyczne (wzory Chaperon, powszechnie przyjmowane w przemyśle naftowym) lub mają charakter empiryczny (wzory pozostałych wymienionych autorów). Oprócz powyżej wskazanych w literaturze funkcjonuje również model teoretyczno-empiryczny Kuo–Desbrisaya, umożliwiający obliczenie czasu, po jakim nastąpi przedarcie się wody do odwiertu w przypadku utrzymywania wydatku na poziomie wyższym od krytycznego lub kontynuowania wydobycia przez czas dłuższy od czasu granicznego, dla którego słuszne są założenia przyjęte przy wyprowadzaniu odpowiednich zależności. Model Kuo–Desbrisaya umożliwia również obliczenie przebiegu zmian zawartości wody w wydobywanym medium po przedarcie się wody do odwiertu, czyli określenie zmian wykładników GWR lub OWR w funkcji czasu.

Jak wynika z podanych powyżej informacji ogólnych, przed przystąpieniem do prognozowania czasu przedarcia się wody do odwiertu i przebiegu zmian wykładnika GWR lub OWR należy określić wydatek krytyczny (Q_{crit}) danego odwiertu. W tym celu można skorzystać z wzoru Chaperon, mającego uzasadnienie teoretyczne, lub z podanych w dalszej części artykułu wzorów uproszczonych.

Uprozczone zależności określania wydatku krytycznego

Odwiert pionowy

Rozpatrujemy sytuację przedstawioną poglądowo na rysunku 1 dla odwiertu pionowego.



Rysunek 1. Schemat odwiertu pionowego
Figure 1. Scheme of the vertical well

Depresję, która spowoduje podniesienie cząsteczki wody w ropie od granicy rozdziału faz woda–ropa do poziomu dolnych otworów perforacyjnych, można wyrazić wzorem:

$$\Delta p = (\rho_w - \rho_o)(h - h_p)g \quad (1)$$

Objaśnienie oznaczeń stosowanych w artykule zestawiono na jego końcu.

Dla stanu pseudoustalonego i radialnego dopływu ropy do odwiertu eksploatacyjnego obowiązuje zależność (Dake, 1988):

$$\Delta p = p_e - p_{dr} = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} \right) \quad (2)$$

Jeżeli przyjąć, że wielkość wyrażona przez wzór (1) odpowiada depresji krytycznej, to porównując (1) i (2), możemy prosto obliczyć wydatek krytyczny ropy, którego utrzymywanie spowoduje podniesienie stożka wodnego do poziomu dolnej perforacji i dostawanie się wody do wydobywanej ropy. Wzór ten, po przeliczeniu jednostek, ma postać:

$$Q_{crit_{ropa}} [m^3/d] = 5,3228 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{k_o [mD] h [m] (h - h_p) [m] (\rho_w - \rho_o) [g/cm^3]}{\mu_o [mPas] B_o [m^3/m^3] \ln \frac{r_e [m]}{r_w [m] \sqrt{e}}} \quad (3)$$

Analogiczna do wzoru (3) zależność określająca wydatek krytyczny dla stanu nieustalonego odwiertu pionowego i przyływu ropy ma postać:

$$Q_{crit_{ropa}} [m^3/d] = 1,065 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{k_o [mD] h [m] (h - h_p) [m] (\rho_w - \rho_o) [g/cm^3]}{\phi \mu_o [mPas] B_o [m^3/m^3]} \cdot \frac{1}{\ln \left(0,194 \frac{k_o [mD] t [d]}{\phi \mu_o [mPas] c [1/MPa] r_w^2 [m^2]} + 2S \right)} \quad (4)$$

natomiast wzory określające wydatki krytyczne dla odwiertu pionowego, przyływu gazu i stanu pseudoustalonego i nieustalonego mają odpowiednio postać:

- odwiert pionowy, przyływ gazu, stan pseudoustalony:

$$Q_{crit_{gaz}} [Nm^3/min] = 3,696 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{k_g [mD] h [m] (h - h_p) [m] (\rho_w - \rho_g) [g/cm^3]}{\mu_g [mPas] B_g [m^3/m^3] \ln \frac{r_e [m]}{r_w [m] \sqrt{e}}} \quad (5)$$

- odwiert pionowy, przyływ gazu, stan nieustalony:

$$Q_{crit_{gaz}} [Nm^3/min] = 1,775 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{k_g [mD] h [m] (h - h_p) [m] (\rho_w - \rho_g) [g/cm^3]}{\phi \mu_g [mPas] B_g [m^3/Nm^3]} \cdot \frac{1}{\ln \left(\frac{k_g [mD] t [d]}{\phi \mu_g [mPas] c [1/MPa] r_w^2 [m^2]} - 1,64 + 2S \right)}$$

Jak widać z wzorów (4) i (6), w stanie nieustalonym wydatek krytyczny jest funkcją czasu i maleje w miarę kontynuacji eksploatacji, gdyż obniża się ciśnienie złożowe, a utrzymywanie stałego wydatku wymaga sukcesywnego wzrostu depresji wywieranej na złożo, co obniża wydatek krytyczny. Do określenia przepuszczalności warstw zawodnionych, o niskim ciśnieniu złożowym, można użyć zależności podanych w pracach Szpunara (1995, 2001).

Podane powyżej wzory (3) do (6) oparte na założeniach (1) i (2) są bardzo uproszczone, ponieważ przy wyprowadzaniu wzorów wiążących ciśnienie denne ruchowe z czasem założono stały wydatek, i stanowią one poglądowy przykład podejścia do zagadnienia ustalania wydatku krytycznego ropy i gazu w odwiercie pionowym, gdyż przyjęto, że:

- eksploatowane złożo jest jednorodne, czyli przepuszczalność pionowa skał zbiornikowych równa jest poziomej ($k_h = k_v$), co na ogół nie jest prawdą;
- grubość interwału złoża nasyconego gazem i odległość dolnej perforacji od granicy rozdziału faz ropa–woda lub gaz–woda nie zmienia się, co również jest założeniem problematycznym, gdyż podczas eksploatacji ropy lub gazu następuje spadek ciśnienia złożowego, który jest największy w najbliższym otoczeniu odwiertu, ale obejmuje cały obszar drenażu danego odwiertu. Spadek ciśnienia złożowego przenosi się na warstwę wody podścielającej, co powoduje wzrost jej objętości i do rejonów złoża ropy lub gazu o obniżonym ciśnieniu dopływa dodatkowa objętość wody powstała w wyniku jej rozprężania. Wprawdzie współczynnik ściśniętości wody jest bardzo mały, ale w przypadku dużych objętości akifera podniesienie do góry powierzchni rozdziału faz gaz–ropa lub woda–ropa może być znaczące i wielkość $(h - h_p)$ we wzorze (1) będzie maleć, co powoduje obniżenie wydatku krytycznego. Dodatkowo woda podścielająca złożo może zawierać pewne ilości rozpuszczonego gazu, co zwiększa współczynnik jej ściśniętości.

Wynikałoby stąd, że w przypadku dużych objętości wody podścielającej wydatek krytyczny może maleć szybciej niż dla przypadku niewielkich akiferów.

Stosowany powszechnie w światowym przemyśle naftowym wzór Chaperon do obliczeń wydatku krytycznego wyprowadzono, korzystając z teorii potencjału. Wzory Chaperon funkcjonują dla odwiertu pionowego i poziomego dla przyływu ropy lub gazu. Uwzględniają one wielkość obszaru drenażu oraz niejednorodność warstwy złożowej ($k_h \neq k_v$).

Dla odwiertu pionowego i przyływu gazu i ropy wzory te mają postać:

- odwiert pionowy, przyływ ropy

$$Q_{crit,ropa} [m^3/d] = 8,367 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{k_{h_o} [mD] (h - h_p)^2 [m^2] (\rho_w - \rho_o) [g/cm^3] \bar{q}_c}{\mu_o [mPas] B_o [m^3/m^3]} \quad (7)$$

$$Q_{crit,gaz} [Nm^3/min] = 5,807 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{k_{h_g} [mD] (h - h_p)^2 [m^2] (\rho_w - \rho_g) [g/cm^3] \bar{q}_c}{\mu_g [mPas] B_g [m^3/Nm^3]} \quad (8)$$

gdzie:

$$\bar{q}_c = 0,7311 + \frac{1,9434}{a''} \quad (9)$$

natomiast:

$$a'' = \frac{r_e}{h} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} \quad (10)$$

Korzystanie z wzoru Chaperon wymaga znajomości promienia drenażu odwiertu oraz przepuszczalności pionowej k_v i poziomej k_h dla gazu i ropy. Do wyprowadzenia zależności Chaperon użyto dość skomplikowanego aparatu matematycznego w celu uwzględnienia szeregu wielkości niebranych pod uwagę w podanych wcześniej wzorach uproszczonych, a pomimo tego wyniki nie różnią się znacznie.

Przykładowo, przyjmując następujące dane:

k_{h_g} – przepuszczalność pozioma skał zbiornikowych dla

gazu – 12 mD;

h – miąższość pokładu gazonośnego – 20 m;

h_p – grubość interwału perforacji – 3 m;

$\Delta\rho = \rho_w - \rho_g$ – różnica gęstości wody złożowej i gazu w warunkach złożowych – 0,8 g/cm³;

μ_g – lepkość gazu w warunkach złożowych – 0,02 cP;

B_g – współczynnik rozszerzalności (ang. *gas volume factor*) – 0,01 m³/Nm³;

r_o – promień drenażu – 150 m;

r_w – promień odwiertu – 0,108 m;

e – podstawa logarytmu naturalnego;

otrzymamy, posługując się wzorem uproszczonym (5), dla warstwy jednorodnej ($k_v = k_h$):

$$Q_{crit,gaz} = 8,95 Nm^3/min$$

natomiast według wzoru Chaperon (8) dla $k_v = k_h$ otrzymamy, uwzględniając (10) i (9):

$$a = 7,5$$

$$\bar{q} = 0,9902$$

oraz

$$Q_{crit,gaz} = 8,93 Nm^3/min$$

Z wzoru Chaperon wynika, że im mniejszy stosunek przepuszczalności pionowej do poziomej, tym niższy wydatek krytyczny w porównaniu z wydatkiem krytycznym dla pokładu jednorodnego, co jest oczywiste.

Z postaci wszystkich wzorów określających wydatek krytyczny wynika, że wydatek krytyczny maleje, jeżeli promień drenażu odwiertu rośnie. Wniosek ten wypływa z faktu, że promień drenażu odwiertu determinuje również objętość wody podścielającej, która – w wyniku spadku ciśnienia złożowego – powiększa swoją objętość, co powoduje podniesienie się poziomu rozdziału faz gaz–woda lub ropa–woda i zmniejszenie odległości wody podścielającej od dolnych otworów perforacyjnych (spadek $(h - h_p)$).

Podobne różnice pomiędzy uproszczonym wzorem (3) a wzorem Chaperon otrzymamy dla ropy. Otóż przyjmując te same co powyżej podane dane plus $\Delta\rho = \rho_w - \rho_o = 0,2 g/cm^3$, $\mu_o = 1 cP$ oraz $B_o = 1,2 m^3/m^3$ (objętość ropy w warunkach złożowych do objętości odgazowanej ropy na powierzchni), otrzymamy z wzoru uproszczonego (3) dla pokładu jednorodnego ($k_v = k_h$):

$$Q_{crit,ropa} = 0,54 m^3/d$$

natomiast z wzoru Chaperon (7):

$$Q_{crit,ropa} = 0,48 m^3/d$$

Z kolei dla $k_v = 0,5k_h$ otrzymamy z (7):

$$Q_{crit,ropa} = 0,53 m^3/d$$

Jak widać, wyniki nie różnią się znacznie. Wydajności krytyczne są bardzo małe zarówno dla ropy, jak i gazu, ponieważ bardzo mała jest odpowiadająca im depresja krytyczna. Podczas eksploatacji odwiertu świadomie utrzymuje się wydobycie na poziomie wyższym od krytycznego w celu zapewnienia opłacalności eksploatacji, godząc się na pojawienie się po pewnym czasie wody w odwiercie oraz na stały wzrost jej zawartości w wydobywanym medium, czyli wzrost tzw. wkładnika wodnego.

Eksploatacja odwiertu pionowego przy wydobyciu niższym od krytycznego na ogół jest nieuzasadniona ekonomicznie – z wyjątkiem szczególnych przypadków (złóże o bardzo dużej miąższości, odległość pomiędzy dolną perforacją a stropem warstwy wodonośnej jest bardzo duża).

Odwiert poziomy

W literaturze znaleźć można szereg zależności otrzymanych na podstawie modeli analogowych umożliwiających określenie wydatków krytycznych dla ropy lub gazu w odwiertach

poziomych. Z wyjątkiem wzorów Chaperon brak jest jednak poprawnych teoretycznie zależności analitycznych. Wzór taki można podać, przyjmując rozumowanie identyczne jak w przypadku odwiertu pionowego, czyli obliczany wydatek krytyczny obarczony będzie wszystkimi zastrzeżeniami podanymi w komentarzu dotyczącym wzorów dla odwiertów pionowych, z których głównym zastrzeżeniem jest brak uwzględnienia zmian odległości pomiędzy dolnym poziomem perforacji a stropem warstwy wodonośnej w bezpośrednim otoczeniu poziomego odcinka odwiertu oraz założenie stałości wydatku przyjęte przy wyprowadzaniu zależności wiążących ciśnienie denne ruchowe z czasem.

W pracach Szpunara (1992) oraz Szpunara i Budaka (2016) podano wzór wiążący ciśnienie denne ruchowe z parametrami złożowymi, wydatkiem oraz długością udostępnionego poziomego odcinka odwiertu. Wzór ten po przeliczeniu na jednostki stosowane w przemyśle ma postać:

$$(p_o - p_{dr})[\text{MPa}] = 0,46 \frac{Q[\text{m}^3/\text{d}] \mu[\text{mPas}]}{L[\text{m}] k[\text{mD}]} \cdot \left(\ln \frac{k[\text{mD}] t[\text{d}]}{\phi \mu[\text{mPas}] c[1/\text{MPa}] r_o^2[\text{m}^2]} - 1,64 + \bar{S} \right) \quad (11)$$

Przyjmując jak poprzednio $(\rho_w - \rho_o)(h - h_p)g = \Delta p = p_o - p_{dr}$, otrzymamy z (11) poniższy wzór uproszczony:

$$Q_{critropa} [\text{m}^3/\text{d}] = 2,13 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{L[\text{m}] k_o [\text{mD}] (h - h_p)[\text{m}] (\rho_w - \rho_o)[\text{g}/\text{cm}^3]}{\mu_o [\text{mPas}] B_o [\text{m}^3/\text{m}^3]} \cdot \left(\ln \frac{k_o [\text{mD}] t[\text{d}]}{\phi \mu_o [\text{mPas}] c[1/\text{MPa}] r_o^2[\text{m}^2]} - 1,64 + \bar{S} \right) \quad (12)$$

W przypadku przyływu gazu (układ gaz-woda) wzór (12) ma postać:

$$Q_{critgaz} [\text{Nm}^3/\text{min}] = 1,48 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{L[\text{m}] k_g [\text{mD}] h[\text{m}] (h - h_p)[\text{m}] (\rho_w - \rho_g)[\text{g}/\text{cm}^3]}{\phi \mu_g [\text{mPas}] B_g [\text{m}^3/\text{Nm}^3]} \cdot \left(\ln \frac{k_g [\text{mD}] t[\text{d}]}{\phi \mu_g [\text{mPas}] c[1/\text{MPa}] r_o^2[\text{m}^2]} - 1,64 + \bar{S} \right) \quad (13)$$

Przyjmując takie same dane przykładowe jak dla odwiertu pionowego oraz dodatkowo:

L – długość poziomego udostępnionego odcinka odwiertu – 400 m,

t – czas ($t = 1$ doba),

B_o – współczynnik objętościowy ropy = 1,2,

otrzymamy z (12): $Q_{critropa} = 22 \text{ m}^3/\text{d}$.

Przy wyprowadzaniu wzoru (11) założono trójwymiarowy (przestrzenny) przepływ w złożu. Wzór (12) może podawać

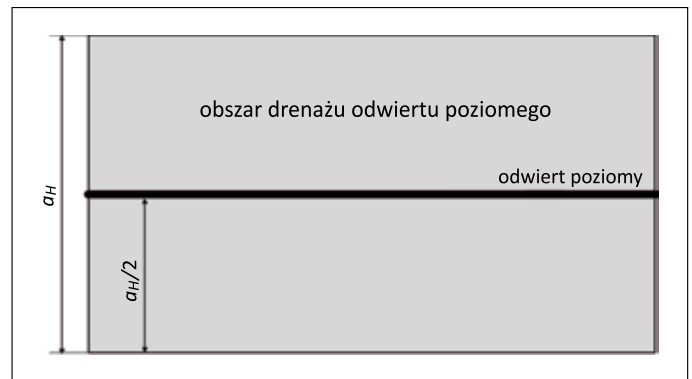
przybliżone wartości $Q_{critropa}$ w granicach obowiązywania niustalonego stanu przepływu i wydatek krytyczny jest funkcją czasu t . Wielkość $Q_{critropa}$ maleje wraz z upływem czasu. Przykładowo po 100 dniach dla podanego zestawu danych $Q_{critropa} = 17 \text{ m}^3/\text{d}$. Spadek wydatku krytycznego wynika z samej postaci wzoru (12), ale jest również spowodowany podnoszeniem się granicy rozdziału faz woda-ropa, co wiąże się ze spadkiem ciśnienia złożowego i rozprężaniem się warstwy wody podścielającej w granicach obszaru drenażu odwiertu poziomego, i ze zmniejszaniem się odległości pomiędzy poziomem dolnej perforacji a powierzchnią warstwy wodonośnej.

Wzór Chaperon dla odwiertu poziomego i przyływu ropy daje nieco inne, ale zbliżone wartości. Wzór ten ma postać:

$$Q_{critropa} [\text{m}^3/\text{d}] = 8,36 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{L_w [\text{m}] k_h [\text{mD}] h^2 [\text{m}^2] (\rho_w - \rho_o) [\text{g}/\text{cm}^3] F}{(a_H/2) \mu_o [\text{mPas}] B_o [\text{m}^3/\text{m}^3]} \quad (14)$$

gdzie:

$a_H/2$ jest to odległość odwiertu poziomego od granic obszaru drenażu mierzona w kierunku prostopadłym do odwiertu (rysunek 2).



Rysunek 2. Obszar drenażu

Figure 2. Drainage area

We wzorze (13)

$$a_{HD} = \frac{a_H}{2h} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} \quad (14)$$

$$F = 3,946 + 0,0616 a_{HD} - 0,00054 a_{HD}^2 \quad (15)$$

Zakładając jak poprzednio $k_v = k_h = 12 \text{ mD}$ i $a_H/2 = 100 \text{ m}$ oraz przyjmując pozostałe dane takie jak poprzednio dla odwiertu pionowego, otrzymamy z (14):

$$Q_{critropa} = 11,3 \text{ m}^3/\text{d}$$

a w przypadku przyływu gazu, przyjmując $B_g = 0,01 \text{ m}^3/\text{Nm}^3$, $\mu_g = 0,018 \text{ cP}$ oraz $\rho_w - \rho_o = 0,7 \text{ g}/\text{cm}^3$, otrzymamy:

$$Q_{critgaz} = 183 \text{ Nm}^3/\text{min}$$

W przypadku przyływu gazu, przyjmując identyczne jak wyżej dane, a także $r_o = 0,108 \text{ m}$, otrzymamy z (13):

$$Q_{critgaz} = 280 \text{ Nm}^3/\text{min}$$

Należy jednak pamiętać, że wzór Chaperon dotyczy stanu pseudoustalonego, a wzór (13) podano przy założeniu stanu nieustalonego, czyli dla początkowego okresu eksploatacji, gdy ciśnienie jest wyższe.

Z przytoczonych informacji wynika, że:

- utrzymywanie wydatku poniżej krytycznego nie spowoduje podniesienia stożka wodnego do poziomu perforacji i pojawienia się wody w wydobywanym medium;
- wydatek krytyczny w odwiertach pionowych jest na ogół zbyt mały do uzyskania opłacalnego ekonomicznie wydobycia z wyjątkiem warstw złoża o bardzo dużej miąższości, w których odległość między perforacją a wierzchem warstwy wodonośnej jest również duża, oraz złóż o dużej przepuszczalności;
- w przypadku odwiertów poziomych utrzymywanie wydatku poniżej krytycznego może być uzasadnione ekonomicznie w sytuacji, gdy udostępniony odcinek odwiertu poziomego jest dostatecznie długi;
- przepuszczalność pionowa skał zbiornikowych k_v ma umiarkowany wpływ na wielkość wydatku krytycznego zarówno dla odwiertu poziomego, jak i pionowego oraz przyływu ropy i gazu.

Przyjęcie stanu nieustalonego we wzorach (12) i (13) oznacza, że zmiany ciśnienia spowodowane eksploatacją nie doszły jeszcze do granic obszaru drenażu i złożo zachowuje się jak złożo o nieskończonej wielkości, a zatem wzór ten może podawać początkowe przybliżone wartości Q_{crit} w początkowej fazie eksploatacji.

Jak wynika z postaci wzoru (12), w miarę upływu czasu wydatek krytyczny będzie maleć, po czym obowiązywać będą wzory wyprowadzone dla stanu pseudoustalonego, jak na przykład wzór (14) według Chaperon.

Znajomość wielkości wydatku krytycznego, jak również odpowiadającej mu depresji potrzebna jest przed przystąpieniem do eksploatacji w celu ustalenia, czy przyjęcie wydatku mniejszego od krytycznego jest uzasadnione technicznie i ekonomicznie.

Jeżeli założony wydatek jest większy od krytycznego, to należy się liczyć z przedarciem się wody podścielającej do odwiertu i wzrostem wykładnika wodnego w wyniku podnoszenia się stożka wodnego powyżej poziomu perforacji oraz – w konsekwencji – ze stałym wzrostem zawartości w wydobywanym medium.

Jak zauważono wcześniej, przedarcie się wody podścielającej do odwiertu nie jest natychmiastowe, pomimo że wydatek jest większy od krytycznego, ale następuje ono po pewnym czasie, nazywanym „czasem przedarcia się wody” (ang. *time of breakthrough*). Czas ten zależy głównie od przepuszczalności pionowej złoża, ale również od stopnia, w jakim przekroczono wydatek krytyczny.

Metoda Chaperon i inne do obliczeń wydatku krytycznego przy przyływie ropy lub gazu do odwiertu pionowego lub poziomego

Model Chaperon jest jedną z niewielu metod określania wydatku krytycznego mającą podstawy teoretyczne, co sprawia, że jest powszechnie wykorzystywany w przemyśle. Pozostałe modele (Meyera, Gardnera, Pirsona, Scholsa, Hoylanda, Papatzacosy i innych autorów) są modelami analogowymi, czyli opracowanymi na podstawie statystycznych uogólnień wyników otrzymanych na modelach fizycznych układów symulujących eksploatację złóż ropy lub gazu z warstwą wody podścielającej.

Przy wyprowadzaniu modelu Chaperon posłużono się teorią potencjału dla płaskiego przyływu płynu lepkiego. Przyjęto, że odwiert pionowy udostępniony jest na krótkim odcinku w stropie horyzontu produktywnego, i założono brak przepływu przez strop warstwy produktywnej oraz pseudoradialny przepływ w złożu – z wyjątkiem bezpośredniego otoczenia odwiertu, gdzie założono pseudosferyczny charakter przepływu. Uwzględniono niejednorodność złoża, przyjmując różną od zera przepuszczalność poziomą i pionową.

Założono, że:

- występuje ostra granica rozdziału płynów (brak strefy przejściowej);
- warstwy produktywne i wodonośne są jednorodne (tzn. przepuszczalność pionowa i pozioma nie są funkcjami położenia);
- stożek wodny jest stabilny (ma kształt regularny);
- rozpatrywano przepływ wody w złożu w płaszczyźnie X–Z.

Wymienione założenia upraszczające są często przyczyną dużych rozbieżności pomiędzy obliczonymi wydatkami krytycznymi a stwierdzonymi w praktyce. Jeżeli złożo jest niejednorodne lub występuje strefa przejściowa rozdziału płynów, to trudno jest dopasować rzeczywisty przebieg podnoszenia się stożka do wyników obliczeń. Kontrowersyjnym założeniem przyjętym w modelu Chaperon jest założenie bardzo krótkiego interwału perforacji usytuowanego w stropie horyzontu produktywnego.

Równania Crafta i Hawkinsa – podano na podstawie badań przeprowadzonych na modelu elektrycznym. Wyniki obliczeń mają charakter przybliżony.

Równania Meyera, Gardnera i Pirsona – oparto na rozwiązaniach uproszczonych, opisujących trajektorię strug płynu przy przepływie radialnym, poddanego oddziaływaniu sił grawitacyjnych. Równania te dają wynik mniej dokładny niż pozostałe metody. W modelu ww. autorów (JTI, 2008) przyjęto optymalne usytuowanie perforacji.

Równania Cierici-Gucci – oparte są na teorii Muskata i Wyckoffa. Wyprowadzono je, wykorzystując wyniki badań

wykonanych na elektrycznym modelu analogowym. Oprócz wyżej wymienionych istnieją również wzory empiryczne otrzymane w wyniku opracowania statystycznego rezultatów badań laboratoryjnych oraz symulacji komputerowych. Należą do nich wzory podane w pracach Hollanda, Papatzacos i Skjaevelanda oraz Scholsa (JTI, 2008).

Z powyżej podanego pobieżnego przeglądu zależności wiążących wydatek krytyczny wydobywania z wysokością stożka wodnego wynika, że większość podanych korelacji ma charakter przybliżony w wyniku przyjęcia szeregu założeń upraszczających, takich jak na przykład: jednorodność warstw gazo- i wodonośnych, brak mieszania się faz (ostre granice pomiędzy wodą i gazem), lub korzystania z modeli fizycznych (elektrycznych) lub symulacji komputerowych i metod statystycznych, które, z natury rzeczy, nie oddają rzeczywistej sytuacji w odwiercie.

Należy zaznaczyć, że pomiędzy wynikami podanych modeli występują duże – nawet kilkukrotne – różnice przy przyjęciu tych samych danych wejściowych. Wynika to stąd, że dobór korelacji należy również dopasować do wyników pomiarów dotyczących powstawania stożków wodnych w danym rejonie i porównać teoretyczny przebieg powstawania stożka ze stwierdzonym w praktyce.

W przypadku gdy przepuszczalność pozioma k_h i pionowa k_v są różne, równanie określające wydatek krytyczny ma postać (JTI, 2008):

$$Q_{crit} = 3,486 \cdot 10^{-5} \frac{kh}{\mu} \Delta \rho \bar{q} h \frac{r_e}{h} (k_v/k_h)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

gdzie:

Q_{crit} [m³/h], k [mD], h [m], μ [mPas], $\Delta \rho$ [g/cm³].

Sumę \bar{q} można przybliżyć wzorem:

$$\bar{q} = 0,7311 + \frac{1,9434}{a''} \quad (17)$$

gdzie:

$$a'' = \frac{r_e}{h} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} \quad (18)$$

Funkcję a'' otrzymano, obliczając wyrażenie (5) dla $n = 20$, co uznano za wystarczające dla celów praktycznych.

W podobny sposób wyprowadzono zależność umożliwiającą obliczenie wydatku krytycznego dla ropy i gazu dla odwiertu poziomego (JTI, 2008).

Jednym z zasadniczych celów udostępnienia złoża odwierciem poziomym jest poprawa efektywności szczypania złoża, gdyż wielokrotnie rośnie pole powierzchni złoża drenowane przez taki odwiert oraz zmienia się kształt obszaru drenażu i przebieg linii prądu przy dopływie medium do odwiertu. Udostępnienie złoża odwierciem poziomym, oprócz wielokrotnego wzrostu wydobywania względem wydobywania, jakie uzyskano by w przypadku odwiertu pionowego, pozwala na utrzymanie

znacznie mniejszej depresji do osiągnięcia wymaganego natężenia dopływu medium do odwiertu.

Odwiert poziomy pozwala ponadto na wielokrotne zwiększenie wydatku krytycznego, którego wielkość – jak wykazano – wynika z dopuszczalnej depresji warunkującej dojście wierzchołka stożka wodnego do dolnych otworów perforacyjnych.

W dalszej części artykułu podano zależności umożliwiające obliczenia wydatku krytycznego wydobywania ropy i gazu. Podane w artykule wzory dla odwiertu poziomego funkcjonują przy założeniu, że długość poziomego odcinka odwiertu nie przekracza wielkości \sqrt{A} , gdzie A [m²] jest to powierzchnia drenażu odwiertu.

W każdej z podanych w algorytmie obliczeniowym metod określania wydatku krytycznego przyjmowane są nieco odmienne warunki brzegowe.

Przykładowo w metodach Chaperon, Efrosa oraz Papatzacos przyjęto następujące założenia:

- nie występują strefy przejściowe („ostre” granice rozdziału faz);
- złożo jest jednorodne w całej objętości (przepuszczalność pionowa i pozioma są sobie równe);
- kształt złoża drenowany przez odwiert poziomy jest zbliżony do kształtu prostokąta i rozpatrywany jest przepływ płaski w płaszczyźnie X–Z.

Zestawienie korelacji do określania wydatków krytycznych

W światowym przemyśle naftowym do określania wydatku krytycznego wykorzystywane są zależności podane poniżej (Chaperon, 1986; JTI, 2008). Przy wyprowadzaniu każdej z nich przyjęto szereg założeń upraszczających.

Odwiert pionowy, układ woda–gaz

- wzór Chaperon:

$$Q_{crit_{gaz}} [\text{Nm}^3/\text{min}] = 5,807 \cdot 10^{-7} \frac{k_{hg} (h - h_p)^2 (\rho_w - \rho_g) \bar{q}_c}{B_g \mu_g}$$

- wzór Hollanda:

$$Q_{crit_{gaz}} [\text{Nm}^3/\text{min}] = 9,1 \cdot 10^{-6} \frac{k_{hg} (\rho_w - \rho_g)}{B_g \mu_g} \left[1 - (h_p/h)^2 \right]^{1,325} \cdot \frac{h^{2,238}}{(1,1878 + \ln r_e)^{1,99}}$$

- wzór Scholsa:

$$Q_{crit_{gaz}} [\text{Nm}^3/\text{min}] = 5,8185 \cdot 10^{-7} \frac{k_{hg} (h^2 - h_p^2) (\rho_w - \rho_g)}{B_g \mu_g} \cdot \left(0,432 + \frac{\pi}{\ln r_e / r_w} \right) (h/r_e)^{0,14}$$

Odwiert pionowy, układ woda–ropa

- wzór Chaperon:

$$Q_{crit,ropa} [m^3/d] = 8,367 \cdot 10^{-4} \frac{k_{h_o} (h - h_p)^2 (\rho_w - \rho_o) \bar{q}_c}{B_o \mu_o}$$

- wzór Hollanda et al.:

$$Q_{crit,ropa} [m^3/d] = 1,309 \cdot 10^{-2} \frac{k_{h_o} (\rho_w - \rho_o)}{B_o \mu_o} \frac{[1 - (h_p/h)^2]^{1,325}}{h^{2,238}} \cdot \frac{1}{(1,1878 + \ln r_e)^{1,99}}$$

- wzór Scholsa:

$$Q_{crit,ropa} [m^3/d] = 8,349 \cdot 10^{-4} \frac{k_{h_o} (h^2 - h_p^2) (\rho_w - \rho_o)}{B_o \mu_o} \cdot \left(0,432 + \frac{\pi}{\ln r_e/r_w} \right) (h/r_e)^{0,14}$$

We wzorach Chaperon $a'' = r_e/h \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$, $\bar{q}_c = 0,7311 \frac{1,9434}{a''}$.

Odwiert poziomy, układ woda–gaz

- wzór Chaperon:

$$Q_{crit,gaz} [Nm^3/min] = 5,81 \cdot 10^{-7} \frac{Lk_g (h_g - h_p)^2 (\rho_w - \rho_g) F}{y_e B_g \mu_g}$$

- wzór Efrosa:

$$Q_{crit,gaz} [Nm^3/min] = 5,81 \cdot 10^{-7} \frac{Lk_g h_g^2 (\rho_w - \rho_g)}{B_g \mu_g \left(2y_e + \sqrt{(2y_e)^2 + (h_g/3)^2} \right)}$$

We wzorze Chaperon: $F = 3,962 + 0,062a'' - 0,00054(a'')^2$, gdzie:

$$a'' = r_e/h \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$$

We wzorze Efrosa: y_e – odległość od odwiertu poziomego do granicy drenażu mierzona prostopadle do osi odwiertu.

Odwiert poziomy, układ woda–ropa

- wzór Chaperon:

$$Q_{crit,ropa} [m^3/d] = 8,367 \cdot 10^{-4} \frac{Lk_o (h_o - h_p)^2 (\rho_w - \rho_o) F}{y_e B_o \mu_o}$$

- wzór Efrosa:

$$Q_{crit,ropa} [m^3/d] = 8,367 \cdot 10^{-4} \frac{Lk_o h_o^2 (\rho_w - \rho_o)}{B_o \mu_o \left(2y_e + \sqrt{(2y_e)^2 + (h_o/3)^2} \right)}$$

Wspomniane modele (w szczególności model Papatzacosa) umożliwiają obliczenie czasu, po jakim woda przedrze się do odwiertu. Czas ten zależy oczywiście, między innymi, od przyjętego wydatku eksploatacji ropy lub gazu. Znajomość czasu przedarcia się wody umożliwia prawidłowe zaprojektowanie procesu eksploatacji oraz ocenę ilości ropy/gazu, jaka wydobyta zostanie przed zawodnieniem odwiertu.

Po przedarcia się wody do odwiertu jej zawartość w wydobywanym medium (ropa/gaz) systematycznie rośnie, jeżeli utrzymywany jest wydatek $q_{ropa/gaz} > q_{crit,ropa/gaz}$ umożliwiającą obliczenie przebiegu narastania zawartości wody w wydobywanym medium w funkcji czasu, z tym że wymagana jest znajomość danych określanych laboratoryjnie.

Uwagi końcowe

Teoretyczne ustalenie wielkości wydatku krytycznego, czasu, po jakim woda pojawi się w eksploatowanym medium, oraz przebiegu zmian wykładników OWR lub GWR należy do najtrudniejszych zagadnień inżynierii złożowej z powodu niemożności uwzględnienia w modelach realistycznych warunków panujących w układzie skała złożowa–warstwa wodonośna. Zarówno przepuszczalność skał zbiornikowych warstwy złożowej, jak i warstwy wodonośnej są na ogół różne, przy czym różne są przepuszczalności pozioma i pionowa. Zakładana we wszystkich modelach ostra granica rozdziału faz woda–ropa lub woda–gaz nie odpowiada rzeczywistości, ponadto występujące w skałach zbiornikowych spękania i szczeliny drastycznie zwiększające przepuszczalność zaburzają przebieg zmian wykładnika OWR oraz GWR oraz obliczenia wszystkich innych parametrów. We wszystkich obliczeniach zakłada się poziome usytuowanie złoża i poziomy przebieg odwiertu, co również nie odpowiada rzeczywistości. Wyniki obliczeń są zatem jedynie orientacyjne, jednak mogą stanowić pomoc przy określaniu wydatków krytycznych i przewidywaniu przebiegu zawodniania odwiertów eksploatacyjnych.

Oznaczenia:

- h_g [m] – początkowa miąższość interwału gazowego,
- h_o [m] – początkowa miąższość interwału ropnego,
- h_w [m] – początkowa miąższość warstwy nasyconej wodą złożową,
- h_p [m] – długość interwału perforacji,
- h [m] – miąższość warstwy ropo-/gazonośnej,
- L [m] – długość udostępnionego odcinka otworu poziomego,
- r_w [m] – promień odwiertu,
- r_e [m] – promień drenażu odwiertu,
- p_o [MPa] – ciśnienie złożowe,
- p_{dr} [MPa] – ciśnienie denne ruchowe,

p_e [MPa] – ciśnienie na obrzeżu obszaru drenażu,
 ϕ [ułamek] – porowatość skał zbiornikowych,
 t [dni] – przyrost czasu (krok czasowy dla prognozy),
 k [mD] – przepuszczalność skał zbiornikowych,
 k_g [mD] – przepuszczalność skał zbiornikowych dla gazu,
 k_o [mD] – przepuszczalność skał zbiornikowych dla ropy,
 k_v [mD] – przepuszczalność skał zbiornikowych w pionie,
 k_h [mD] – przepuszczalność skał zbiornikowych w poziomie,
 k_{hg} [mD] – przepuszczalność skał zbiornikowych w poziomie dla gazu,
 k_{ho} [mD] – przepuszczalność skał zbiornikowych w poziomie dla ropy,
 ρ_g [g/cm³] – gęstość gazu,
 ρ_o [g/cm³] – gęstość ropy,
 ρ_w [g/cm³] – gęstość wody złożowej,
 μ_g [cP] – lepkość gazu w warunkach złożowych,
 μ_o [cP] – lepkość ropy w warunkach złożowych,
 B_g [m³/m³] – współczynnik objętościowy dla gazu,
 B_o [m³/m³] – współczynnik objętościowy dla ropy,
 c [1/MPa] – ściśliwość,
 S [-] – współczynnik skin efektu,
 $Q_{critgaz}$ [Nm³/min] – wydatek krytyczny gazu,

$Q_{critropa}$ [m³/d] – wydatek krytyczny ropy,
 Q_{crit} – wydatek krytyczny gazu lub ropy,
 Q – wydatek gazu lub ropy,
 γ – stała Eulera = 1,782,
 g [m/s²] – przyspieszenie ziemskie.

Literatura

- Chaperon J., 1986. Theoretical Study of Coning Toward Horizontal and Vertical Wells In Anisotropic Formations: Subcritical and Critical Rates. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Louisiana*. DOI: 10.2118/15377-MS.
- Dake L.P., 1988. Fundamentals of Reservoir Engineering. Second edition. *Elsevier, Amsterdam-Oxford-New York*, 282–288.
- JTI, Joshi Technologies International, Inc., 2008. ProCone – podręcznik użytkownika. *Tulsa, Oklahoma, February* 8.
- Szpunar T., 1992. Interpretacja wyników badań hydrodynamicznych w odwiertach poziomych. *Nafta-Gaz*, 46(9): 229–234.
- Szpunar T., 1995. Wybrane problemy przepuszczalności porowatych warstw zawodnionych. *Nafta-Gaz*, 49(11): 445–451.
- Szpunar T., 2001. How to compute permeability and skin factor of the low pressure water zones. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 40(7): 45–51.
- Szpunar T., Budak P., 2016. Prosta metoda określania przepuszczalności pokładów węgla w warunkach kopalnianych. *Nafta-Gaz*, 72(12):1054–1062. DOI: 10.18668/NG.2016.12.07.



Dr inż. Tadeusz SZPUNAR
 Adiunkt w Zakładzie Inżynierii Naftowej
 Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy
 ul. Lubicz 25 A
 31-503 Kraków
 E-mail: tadeusz.szpunar@inig.pl



Mgr inż. Paweł BUDAK
 Starszy specjalista badawczo-techniczny,
 kierownik Zakładu Inżynierii Naftowej
 Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy
 ul. Lubicz 25 A
 31-503 Kraków