

Tadeusz Szpunar, Paweł Budak

*Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy*

## Prosta metoda określania przepuszczalności pokładów węgla w warunkach kopalnianych

W artykule zaproponowano sposób określania przepuszczalności węgla w warunkach kopalnianych przy pomocy urządzenia o konstrukcji zbliżonej do konstrukcji sondy areometrycznej. Wyprowadzono wzory użytkowe, podano ograniczenia modelu oraz przyjęte warunki początkowe i brzegowe. Zaprezentowano przykład obliczeniowy.

Słowa kluczowe: przepuszczalność, skin efekt, pokład węgla, test hydrodynamiczny, poziomy odwiert drenażowy.

### A simple method for the evaluation of “in situ” coal permeability in underground mine conditions

The paper presents a simple procedure for the evaluation of permeability of hard coals in underground mine conditions using equipment presented in Fig. 1. A mathematical model is presented, the initial and boundary conditions are formulated and equations which can be used for the calculation of permeability based on pressure vs. time relation recorded during water injection into a horizontal well are derived. Exemplary calculations are provided.

Key words: permeability, skin effect, coal seam, water injection test, horizontal drainage well.

Znajomość przepuszczalności pokładów węgla ma zasadnicze znaczenie przy ocenie możliwości odprowadzania metanu. Obecny w węglu metan, który początkowo stanowił jedno z głównych zagrożeń bezpieczeństwa w kopalniach węgla, odpowiednio ujęty i odprowadzony na powierzchnię, może stać się cennym źródłem energii. W niektórych rejonach (np. Rybnickim Okręgu Węglowym) eksploatowane są pokłady węgla o wysokim nasyceniu metanem. Wydobywanie bez zastosowania specjalnych środków ostrożności w postaci drenażowego odmetanowywania jest bardzo niebezpieczne lub niemożliwe. Polski przemysł energetyczny, oparty nadal głównie na węglu, wymaga eksploatacji pokładów zalegających coraz głębiej, charakteryzujących się coraz większą zawartością metanu, powodującą dalszy wzrost zagrożenia metanowego. Przy prowadzeniu eksploatacji węgla na dużych głębokościach należy spodziewać się dodatkowego wydzielania metanu uwiecznionego, pod ciśnieniem skał nadkładu, w szczelinach i spękania urabianego pokładu.

Do stosowanych w Polsce technik odmetanowywania węgla należą:

- odmetanowywanie z powierzchni za pomocą otworów wiertniczych,
- odmetanowywanie podczas robót udostępniających i przygotowawczych,
- odmetanowywanie metodą wiercenia otworów poziomych w ścianach eksploatacyjnych, na które składa się:
  - odmetanowywanie przed podjęciem eksploatacji,
  - odmetanowywanie towarzyszące eksploatacji.

Metoda odmetanowywania za pomocą otworów wiertniczych wierconych z powierzchni, w tym również odprowadzanie metanu z szybów wentylacyjnych, została po raz pierwszy w Polsce zastosowana w rejonie Markłowic oraz w kopalni Silesia. Początkowe ciśnienie gazu na głębokości udostępnionego pokładu węgla wynosiło 0,9 MPa, a średnia wydajność otworów – 7,6 Nm<sup>3</sup>/min, co wzięwszy pod uwagę stosunkowo niewielki koszt wykonania odwiertu do głębokości pokładu węgla, jest przedsięwzięciem uzasadnionym również ekonomicznie. Po 6 latach eksploatacji i wydobywaniu 6,5 mln Nm<sup>3</sup> metanu wydajność średnia pojedynczego otworu spadła do 0,15 Nm<sup>3</sup>/min. Odmetanowanie w sposób opisany powyżej wykonywano również w kopalni Moszczeni-

ca, z tym że wydajność średnia pojedynczego otworu wynosiła 2 Nm<sup>3</sup>/min, a pomimo odmetanowywania nie uzyskano takiego spadku zawartości metanu w węglu, aby nie zachodziła

potrzeba dodatkowego usuwania metanu przy pomocy pozostałych wymienionych metod, co świadczy o znacznych ilościach metanu uwięzionych w pokładach węgla.

### Odmetanowywanie przy robotach udostępniających i przygotowawczych

W utworach karbońskich zalegających pod nieprzepuszczalnymi skałami mioceńskimi dopływ metanu do niektórych wyrobisk w Rybnickim Okręgu Węglowym dochodzi do 40 Nm<sup>3</sup>/min, co odpowiada wydajności przeciętnego odwiertu gazowego ze

złóż konwencjonalnych w krajowym przemyśle naftowym. Omawiana technologia odmetanowywania polega na wierceniu szeregu otworów drenażowych zgodnie z rozciągłością pokładu i wytworzeniem w nich depresji rzędu 80÷100 mm Hg.

### Odmetanowywanie na ścianach eksploatacyjnych

Można tu wyróżnić:

- odmetanowywanie przed podjęciem eksploatacji,
- odmetanowywanie towarzyszące eksploatacji.

Odmetanowywanie przed podjęciem eksploatacji polega na wykonaniu w ścianie szeregu otworów drenażowych i daje szczególnie dobre efekty w przypadku górotworu szczelinowatego, natomiast odmetanowywanie towarzyszące eksploatacji stosowane jest w większości zagłębi węglowych świata i również opiera się na wierceniu otworów drenażowych i odprowadzaniu metanu wydzielającego się podczas urabiania pokładu. Za potrzebą odmetanowywania węgla podczas eksploatacji górniczej przemawiają:

- potrzeba zachowania bezpieczeństwa kopalni poprzez obniżanie poziomu zagrożenia wybuchem metanu,
- czynniki ekologiczne (ochrona środowiska naturalnego w wyniku zmniejszenia emisji do atmosfery),
- czynniki ekonomiczne (metan stanowi cenny surowiec energetyczny).

Wykonanie otworu drenażowego prowadzi do zmiany stanu naprężeń w otaczającym otwór górotworze, ponieważ stracił on boczne oparcie, jakie dawała urobiona skała. Powstałe naprężenia powodują powstanie w sąsiedztwie otworu sieci spękań, przez które metan może przepływać do otworu – może być to metan zawarty w porach węgla lub uwolniony w wyniku desorpcji z powierzchni węgla spowodowanej spadkiem ciśnienia poniżej tzw. ciśnienia desorpcji. Ocenę zasięgu odprężonej strefy szczelinowej wokół otworu drenażowego w warunkach kopalnianych oraz parametrów charakteryzujących stopień spękania węgla wykonuje się za pomocą tzw. sondy areometrycznej, która pozwala na określenie szeregu wielkości, takich jak:

- sumaryczna powierzchnia spękań na badanych odcinkach poboczniczy otworu wykonanego w węglu,

- wskaźnik szczelinowatości,
- sumaryczna rozwartość szczelin.

Konstrukcja sondy areometrycznej oraz sposób przeprowadzania pomiarów ww. parametrów opisano wyczerpująco w pracach [5, 6], gdzie podano również wzory służące do obliczania wymienionych wielkości. Badania wykonywane sondą areometryczną służą do oceny stanu strefy wokół otworu drenażowego, którego głównym zadaniem jest ujęcie i odprowadzenie metanu z jak największej objętości węgla, gdzie sieć spękań nie występuje lub występuje w znacznie mniejszym stopniu. Parametrem decydującym o objętości przestrzeni, z której otwór drenażowy może odprowadzić metan, jest przepuszczalność węgla, czyli zdolność tego ośrodka porowatego do przepływu przez pory. Przepuszczalność węgla nie jest na ogół duża, wynosi od ułamka do kilku miliardów, oraz charakteryzuje się silną anizotropią i dużym zakresem zmienności.

W niniejszym artykule przedstawiono poglądowo konstrukcję urządzenia służącego do określania przepuszczalności węgla, które niemal nie różni się od opisanego w pracy [5], z tym że zbiornik sprężonego powietrza zastąpiono pompą przystosowaną do utrzymania stałego wydatku zatłaczanej wody. Przepuszczalność pokładu obliczana jest za pomocą wzorów będących wynikiem przedstawionego w *Dodatku A* modelu matematycznego. Załączono przykładowe obliczenia przepuszczalności oraz podano sposób wykonania pomiarów. Należy zaznaczyć, że metody określania przepuszczalności węgla, w tym *slug test* – metoda podana w [2, 10], funkcjonują, gdy system porów węgla wypełnia całkowicie woda, a zatem w okresie początkowym po udostępnieniu, gdy przepływ jest jednofazowy. Uwaga ta dotyczy również sposobu określania przepuszczalności przedstawionego w niniejszym artykule.

### Urządzenie do określania przepuszczalności węgla oraz sposób interpretacji wyników pomiarów

Na rysunku 1 przedstawiono poglądowo wspomniane wyżej urządzenie do określania przepuszczalności węgla, wyko-

rzystujące pompę tłoczącą wodę ze stałą wydajnością. Pomiar przepuszczalności polega na uruchomieniu pompy i wtłaczaniu

wody ze stałym wydatkiem  $Q$  oraz na mierzeniu zmian ciśnienia  $p$  w funkcji czasu  $t$ . Zależność wiążąca przebieg zmian ciśnienia z czasem tłoczenia, wyprowadzona w *Dodatku A*, ma postać:

$$p(t) = p_0 + \frac{Q\mu}{8\pi aK} \left( \ln \frac{4Kt}{\gamma\phi\mu cr_0^2} + \bar{S} \right) \quad (1)$$

gdzie:

$p(t)$  – ciśnienie w przewodzie doprowadzającym płyn w funkcji czasu,

$p_0$  – ciśnienie początkowe w masywie węglowym,

$Q$  – natężenie przepływu zatłaczanego medium (wydatek kompresora/pompy),

$\mu$  – lepkość zatłaczanego medium,

$a$  – długość udostępnianego odcinka otworu drenażowego,

$K$  – przepuszczalność,

$t$  – czas,

$\gamma$  – stała ( $\gamma = 1,782$ ),

$\phi$  – porowatość pokładu węglowego,

$c$  – ściśliwość układu (węgiel + system porów, tzw. *pore compressibility*),

$r_0$  – promień otworu drenażowego,

$\bar{S}$  – współczynnik skin efektu.

Wzór (1) ma postać podobną do używanego w przemyśle naftowym wzoru do interpretacji testów zatłaczania cieczy do osrodka porowatego, w którym zachowanie ciśnienia opisuje równanie typu dyfuzji oraz obowiązuje prawo Darcy'ego. W jednostkach wygodnych w użyciu, powszechnie stosowanych w przemyśle, wyrażenie (1) ma postać:

$$p(t)[\text{MPa}] = p_0[\text{MPa}] + 39,81 \frac{Q[l/s]\mu[\text{cP}]}{a[\text{m}]K[\text{mD}]} \left( \ln t[\text{min}] + \ln \frac{K[\text{mD}]}{\phi\mu[\text{cP}]c[l/\text{MPa}]r_0^2[\text{m}^2]} - 8,912 + \bar{S} \right) \quad (2)$$

lub

$$p(t)[\text{MPa}] = p_0[\text{MPa}] + 91,68 \frac{Q[l/s]\mu[\text{cP}]}{a[\text{m}]K[\text{mD}]} \left( \ln t[\text{godz}] + \ln \frac{K[\text{mD}]}{\phi\mu[\text{cP}]c[l/\text{MPa}]r_0^2[\text{m}^2]} - 5,65 + 0,434\bar{S} \right) \quad (2')$$

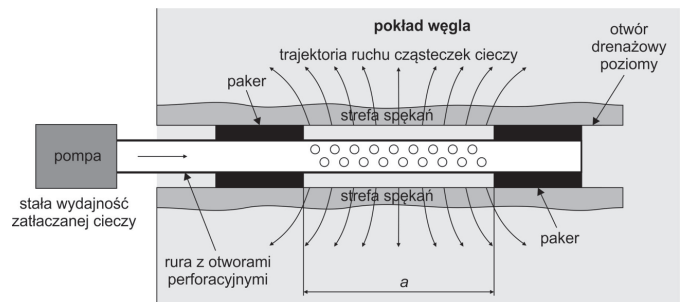
Wzór (2) można zapisać w postaci:

$$\Delta p_i = p(t_i) - p_0 = m \ln t_i + b \quad (3)$$

gdzie:

$$b = m \left( \ln \frac{K}{\phi\mu cr_0^2} - 8,912 + \bar{S} \right) \quad (4)$$

Wielkość  $m$  (nachylenie aproksymowanej linią prostą punktów zależności  $\Delta p_i$  vs.  $\ln t_i$ ) oraz wielkość stałej  $b$  moż-



Rys. 1. Schemat poglądowy zestawu do określania przepuszczalności węgla

na obliczyć za pomocą wzorów otrzymanych metodą najmniejszych kwadratów:

$$m = \frac{N \sum_{i=1}^N (\Delta p_i \ln t_i) - \sum_{i=1}^N \Delta p_i \sum_{i=1}^N \ln t_i}{N \sum_{i=1}^N (\ln t_i)^2 - \left( \sum_{i=1}^N \ln t_i \right)^2} \quad (5)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta p_i \ln t_i \sum_{i=1}^N \ln t_i - \sum_{i=1}^N \Delta p_i \left( \sum_{i=1}^N \ln t_i \right)^2}{N \sum_{i=1}^N (\ln t_i)^2 - \left( \sum_{i=1}^N \ln t_i \right)^2} \quad (6)$$

gdzie:

$t_i$  – czas wykonywania  $i$ -tego pomiaru [min],

$\Delta p_i = p(t_i) - p_0$  – odpowiadająca mu różnica ciśnień [MPa],

$N$  – liczba punktów pomiarowych przyjęta do aproksymacji linią prostą wykresu opisanego wzorem (3).

Z załączonego wyprowadzenia wzoru (1) (*Dodatek A*) wynika, że czas jego obowiązywania określa nierówność:

$$4,16 \cdot 10^3 \frac{\phi\mu[\text{cP}]c[l/\text{MPa}]r_0^2[\text{m}^2]}{K[\text{mD}]} \leq t[\text{min}] \leq 1,04 \cdot 10^3 \frac{\phi\mu[\text{cP}]c[l/\text{MPa}]a^2[\text{m}^2]}{K[\text{mD}]} \quad (7)$$

Z postaci równania (2) wynika, że punkty pomiarowe zależności  $p(t) - p_0$  od  $\ln t$  (gdzie  $p(t)$  jest to ciśnienie w przestrzeni między pakierami równe ciśnieniu tłoczenia wody, a  $t$  to czas liczony od  $t \geq \frac{\phi\mu cr_0^2}{4K}$ ) powinny układać się wzdłuż linii prostej o nachyleniu:

$$m = 39,81 \frac{Q[l/s]\mu[\text{cP}]}{a[\text{m}]K[\text{mD}]} \quad (8)$$

na podstawie którego można obliczyć przepuszczalność pokładu węglowego  $K$ , znając pozostałe wielkości we wzorze (8). Aproksymując przebieg zależności  $p(t) - p_0$  od  $\ln t$

linią prostą i odczytując z linii trendu  $p_{dr_{lin}}(t = 1 \text{ min})$ , otrzymujemy z (2):

$$S = \left[ \frac{p_{dr_{lin}}(t = 1 \text{ min}) - p_0 [\text{MPa}]}{m} - \ln \frac{K [\text{mD}]}{\phi \mu [\text{cP}] c [1/\text{MPa}] r_0^2 [\text{m}^2]} + 8,912 \right] \quad (9)$$

W warunkach kopalnianych wokół poziomego odcinka otworu występuje sieć spękań o wysokiej przepuszczalności, która stopniowo zanika w miarę oddalania się od osi odwiertu w głąb pokładu węgla. Zależność liniowa ciśnienia zatłaczania wody od logarytmu czasu obowiązuje dla okresu, gdy zmianami ciśnienia objęta zostanie nienaruszona calizna węgla o stałej, niezmięnionej przepuszczalności. W związku z istnieniem wokół odwiertu strefy szczelinowatej o wysokiej przepuszczalności wystąpienie prostoliniowego trendu zmian ciśnienia tłoczenia od czasu poprzedzone będzie zatem okresem przejściowym, w którym można zaobserwować nieliniowy trend zmian  $p$  vs.  $\ln t$ . Niezerowa wartość współczynnika skin efektu  $S$  świadczy o istnieniu wokół odwiertu strefy o parametrach różnych od parametrów calizny węgla; jego wartość jest ujemna, gdy przepuszczalność wokół odwiertu jest większa od przepuszczalności dalej zalegającego masywu węglowego, i dodatnia, gdy przepuszczalność ta jest mniejsza. W praktyce występowanie wzdłuż otworu poziomego strefy spękań w pewnej odległości od osi otworu i znacznie wyższa przepuszczalność tej strefy mogą powodować, że zatłoczona ciecz (woda) może wykazywać tendencję do przepływu wzdłuż otworu przez strefę spękań. Autorzy przyjmują jednak, że docisk pakerów na spękany górotwór w urządzeniu zaprezentowanym na rysunku 1 spowoduje miejscowy drastyczny spadek przepuszczalności naprzeciw pakerów i trajektorie ruchu cząsteczek płynu będą miały przebieg taki jak pokazany na rysunku 1. Powszechnie znany jest fakt bardzo silnego zmniejszenia się przepuszczalności próbek spękanych w przypadku zwiększenia ciśnienia docisku zewnętrznego (tzw. *confining pressure*). Obecnie prowadzone są próby określania przepuszczalności węgla opisywaną metodą w kopalni Zofiówka, przy czym problemem jest brak stabilności odwierconych otworów poziomych, uniemożliwiający wprowadzenie aparatury pomiarowej, ponieważ otwory wykonano w strefie odprężonej w pokładzie o niewielkiej zwięzłości. Próby te są kontynuowane.

### Przykład 1 (hipotetyczny)

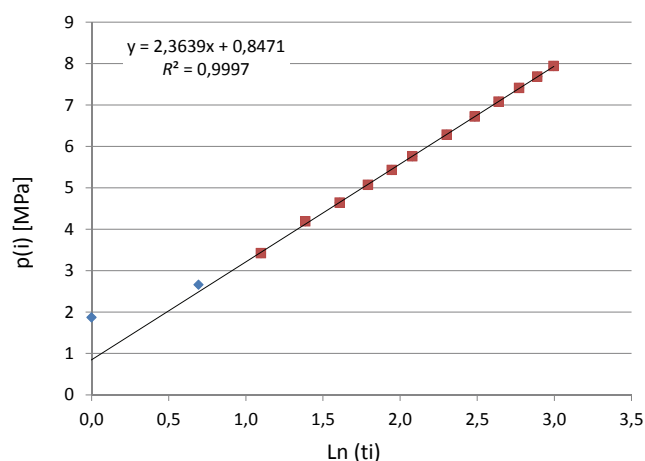
W poziomym otworze wykonanym w pokładzie węglowym (rysunek 1) odizolowano za pomocą pakerów odcinek o długości  $a = 5 \text{ m}$  i rozpoczęto zatłaczanie wody ze stałą wydajnością. Przebieg zmian ciśnienia tłoczenia (a zatem zmian ciśnienia naprzeciw odizolowanego odcinka otworu) podano w tabelicy 1. Pozostałe dane są następujące:

- początkowe ciśnienie w warstwie węglowej  $p_0 = 1,2 \text{ MPa}$ ,
- wydatek tłoczenia wody  $Q = 0,15 \text{ l/s}$ ,
- lepkość wody  $\mu = 1 \text{ cP}$ ,
- długość odizolowanego odcinka otworu  $a = 5 \text{ m}$ ,
- porowatość pokładu węglowego  $\phi = 0,02$  (ułamek),
- współczynnik ściśliwości układu węgiel + płyny go nasycające  $c = 2 \cdot 10^{-2} 1/\text{MPa}$ ,
- promień otworu  $r_0 = 0,02 \text{ m}$ .

Tabela 1. Dane z rejestracji ciśnienia

Ciśnienie tłoczenia $p(t)$ [MPa]	Czas $t_i$ [min]	$\ln(t_i)$
1,87	1	0,000
2,66	2	0,693
3,42	3	1,099
4,19	4	1,386
4,64	5	1,609
5,07	6	1,792
5,43	7	1,946
5,76	8	2,079
6,28	10	2,303
6,72	12	2,485
7,08	14	2,639
7,41	16	2,773
7,68	18	2,890
7,94	20	2,996

### Wyniki obliczeń



Rys. 2. Wykres zależności  $p(t)$  od  $\ln t$

Z rysunku 2 można odczytać, że nachylenie prostej wykresu aproksymującej przebieg punktów pomiarowych zależności  $p$  od  $\ln t$  równe jest  $m = 2,3639$ , a zatem przepuszczalność wyliczyć można z wzoru (8). Kolorem czerwonym zaznaczono punkty przyjęte do konstrukcji wykresu.



$$K [\text{mD}] = 39,81 \frac{Q [\text{l/s}] \mu [\text{cP}]}{m [\text{MPa/cykl}] a [\text{m}]} \cong 0,51 \text{ mD}$$

Przedłużenie linii prostej wykresu do  $p_{lin}(t = 1 \text{ min})$  daje wartość  $\cong 0,85 \text{ MPa}$ , a zatem korzystając z wzoru (10), otrzymujemy:

$$S = \left[ \frac{p_{lin}((t = 1 \text{ min}) - p_0) [\text{MPa}]}{m [\text{MPa/cykl}]} - \ln \frac{K [\text{mD}]}{\phi \mu [\text{cP}] c [\text{l/MPa}] r_0^2 [\text{m}^2]} + 8,912 \right] = -6,2$$

Przepuszczalność pokładu węgla równa jest więc  $0,51 \text{ mD}$ , a wartość skin efektu  $S = -6,2$ , co świadczy o istnieniu wokół odwiertu strefy o znacznie wyższej przepuszczalności związanej z występowaniem strefy spękań.

Znając przepuszczalność, możliwe jest sprawdzenie, czy czas obowiązywania zależności (3) nie został przekroczony. Przyjmując  $c = 2 \cdot 10^{-2} \text{ l/MPa}$ , otrzymamy z (7):

$$t [\text{min}] \leq 1,04 \cdot 10^3 \frac{\phi \mu [\text{cP}] c [\text{l/MPa}] a^2 [\text{m}^2]}{K [\text{mD}]}$$

czyli

$$t \leq 1,04 \cdot 10^3 \frac{0,02 \cdot 1,0 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 5^2}{0,51} \cong 20,6 \text{ min}$$

a zatem czas trwania pomiarów mieści się w zakresie obowiązywania wzoru (1).

**Przykład 2** (zaczepnięty z pracy [7])

Zależność  $p_{dr} - p_0$  od  $\log t$  pokazano za pracą [7] na rysunku 3. Dotyczy on zatłaczania wody do ośrodka porowatego. Pozostałe dane są następujące:

- wydatek tłoczenia  $Q = 1,5 \text{ l/s}$ ,
- lepkość cieczy  $\mu = 1 \text{ cP}$ ,
- długość poziomego odcinka otworu  $a = 305 \text{ m}$ ,
- porowatość pokładu  $\phi = 0,2$  (ułamek),
- współczynnik ściśliwości układu skała porowata–płyną nasycające  $c = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ l/MPa}$ ,
- promień otworu poziomego  $r_0 = 0,0762 \text{ m}$ .

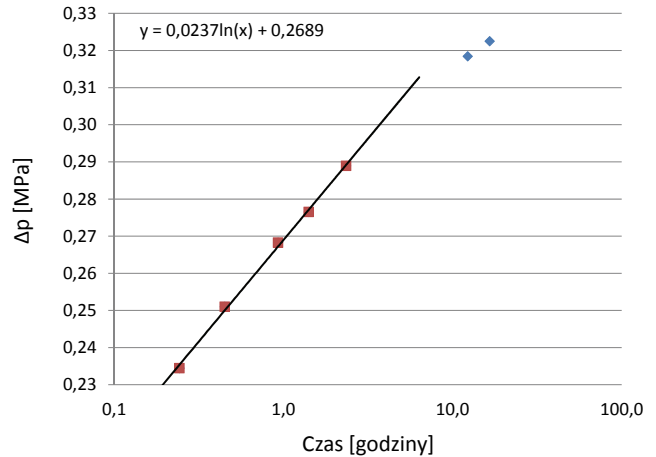
Odczytane nachylenie aproksymowanej linią prostą zależności  $p_{dr} - p_0$  vs.  $\log t$  wynosi  $m = 0,0534 \text{ MPa/cykl}$  log zatem:

$$K [\text{mD}] = 91,67 \frac{Q [\text{l/s}] \mu [\text{cP}]}{m [\text{MPa/cykl}] a [\text{m}]} \cong 8,5 \text{ mD}$$

oraz

$$S = \left[ \frac{(p_{dr_{lin}}(t = 1 \text{ h}) - p_0) [\text{MPa}]}{m [\text{l/MPa}]} - \ln \frac{K [\text{mD}]}{\phi \mu [\text{cP}] c [\text{l/MPa}] r_0^2 [\text{m}^2]} + 5,65 \right] \cong 2,5$$

a czas obowiązywania podanych wzorów:



Rys. 3. Wykres zależności  $\Delta p(t)$  od  $\log t$

$$t_{\text{max}} [\text{godz.}] = 17,33 \frac{\phi \mu [\text{cP}] c [\text{l/MPa}] a^2 [\text{m}^2]}{K [\text{mD}]} = 85 \text{ godz.}$$

W obliczeniach maksymalnego czasu obowiązywania równania (1) zakłada się nieograniczoność ośrodka porowatego. W rzeczywistości czas ten może być znacznie krótszy z powodu oddziaływania skał nadległych i zalegających poniżej rozpatrywanej warstwy porowatej. Autorzy dysponują szeregiem danych z literatury światowej dotyczących testów hydrodynamicznych w odwiertach poziomych. Ich analiza prezentowaną metodą dowodzi jej poprawności.

W analizie przyływu lub zatłaczania mediów do odwiertu poziomego w literaturze wyróżnia się trzy okresy [3, 7–9, 11, 12], tj.:

- wczesny przyływ radialny,
- okres przyływu liniowego, gdy linie prądu (trajektoria ruchu cząsteczek płynu) są praktycznie prostopadłe do udostępnionego odcinka otworu,
- późny przepływ radialny.

W każdym z tych okresów obowiązują inne zależności ciśnienia od czasu.

Ponieważ ze względu na przyjęte warunki początkowe i brzegowe oraz liczne uproszczenia podane tutaj zależności różnią się od cytowanych w literaturze, zatem w dalszej części artykułu podajemy wyprowadzenie odpowiednich wzorów. Wyprowadzony wzór (1) dotyczy wczesnego przyływu radialnego i służyć może jedynie do określenia przepuszczalności i skin efektu dla krótkich czasów zatłaczania z powodu założenia nieograniczoności ośrodka porowatego. W rzeczywistości czas ten może być znacznie krótszy na skutek oddziaływania warstw nadległych i zalegających poniżej na przebieg zmian ciśnienia w czasie w rozpatrywanej warstwie porowatej.

**Dodatek A. Wyprowadzenie równania (1)**

Rozpatrujemy przypadek pojedynczego źródła zlokalizowanego w początku układu współrzędnych w punkcie  $P(0, 0, 0)$

o wydajności  $q(t)$ , działającego dla  $t > 0$ . Ciśnienie w górotworze, rozpatrywanym jako przepuszczalny, nieograniczony ośrodek porowaty, przy przyplywie do tego źródła spełnia równanie typu dyfuzji [1, 13]:

$$\frac{\phi\mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla^2 p + Aq(t)\delta(x)\delta(y)\delta(z) \quad (\text{A.1})$$

gdzie źródło punktowe modelujemy przy pomocy dystrybucji Diraca. Zakładamy, że:

- w chwili początkowej w złożu panuje pierwotne ciśnienie złożowe  $p_0$ ,
  - w chwili  $t = 0$  źródło zostaje uruchomione z wydajnością  $q(t)$ ,
  - w dużej odległości od źródła panuje pierwotne ciśnienie złożowe  $p_0$ ,
  - rozpatrujemy dopływ sferyczny płynu słabościśliwego do pojedynczego źródła w przepuszczalnym, nieograniczonym ośrodku porowatym,
- czyli chcemy, aby spełnione były następujące warunki:

$$p(x, y, z, 0) = p_0 \quad (\text{A.2})$$

$$\lim p(x, y, z, t) = p_0 \quad (\text{A.3})$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty$$

$$\lim \frac{\partial p}{\partial x} = \lim \frac{\partial p}{\partial y} = \lim \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\text{dla } x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty$$

Szukając rozwiązania równania (A.1), dla uproszczenia przyjmujemy:

$$p_0 = 0 \quad (\text{A.5})$$

Dodając do otrzymanego rozwiązania  $p_0 > 0$ , uzyskamy spełnienie warunków (A.2) do (A.4).

Stosujemy potrójną transformację Fouriera funkcji  $p(x, y, z, t)$  postaci:

$$\bar{p}(\alpha, \beta, \gamma, t) = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z, t) e^{i(\alpha x + \beta y + \gamma z)} dx dy dz \quad (\text{A.6})$$

Otrzymamy z (A.1):

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p}{\partial t} e^{i(\alpha x + \beta y + \gamma z)} dx dy dz = \\ & \frac{k}{\phi\mu c} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right) e^{i(\alpha x + \beta y + \gamma z)} dx dy dz + \\ & + \frac{k}{\phi\mu c} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 Aq(t) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\delta(y)\delta(z) e^{i(\alpha x + \beta y + \gamma z)} dx dy dz \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

Ponieważ na gruncie teorii dystrybucji:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{i\alpha x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(y) e^{i\beta y} dy = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(z) e^{i\gamma z} dz = 1 \quad (\text{A.8})$$

a całkę typu  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} e^{i\alpha x} dx$  można obliczyć jako:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} e^{i\alpha x} dx + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p}{\partial x} e^{i\alpha x} (i\alpha) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial p}{\partial x} e^{i\alpha x}\right)' dx = \frac{\partial p}{\partial x} e^{i\alpha x} \Big|_{-\infty}^{\infty} = 0 \quad (\text{A.9})$$

i zgodnie z założeniem (A.4) otrzymamy z (A.9)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} e^{i\alpha x} dx = -(i\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p}{\partial x} e^{i\alpha x} dx \quad (\text{A.10})$$

Z kolei:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p}{\partial x} e^{i\alpha x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} p e^{i\alpha x} (-i\alpha) dx + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p}{\partial x} e^{i\alpha x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} (p e^{i\alpha x})' dx = 0 \quad (\text{A.11})$$

zgodnie z warunkiem (A.3) i (A.5), a zatem:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p}{\partial x} e^{i\alpha x} dx = (-i\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} p e^{i\alpha x} dx \quad (\text{A.12})$$

Podstawiając (A.12) do (A.10), otrzymamy po przemnożeniu przez  $\frac{1}{2\pi}$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} e^{i\alpha x} dx = (-i\alpha)(-i\alpha) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p e^{i\alpha x} dx = -\alpha^2 \bar{p} \quad (\text{A.13})$$

Analogicznie można wykazać, że:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} e^{i\beta y} dy = -\beta^2 \bar{p} \quad (\text{A.14})$$

oraz

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} e^{i\gamma z} dz = -\gamma^2 \bar{p} \quad (\text{A.15})$$

oraz że funkcja  $\bar{p}(\alpha, \beta, \gamma, t)$  spełnia równanie:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{k}{\phi\mu c} (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \bar{p} = A \frac{k}{\phi\mu c} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} q(t) \quad (\text{A.16})$$

którego rozwiązaniem jest:

$$\begin{aligned} \bar{p}(\alpha, \beta, \gamma, t) = & e^{\frac{-k}{\phi\mu c} (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) t} \left[ \int A \frac{k}{\phi\mu c} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} q(\tau) e^{\frac{k}{\phi\mu c} (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \tau} d\tau + c \right] \quad (\text{A.17}) \end{aligned}$$

Zgodnie z warunkami (A.2) i (A.5) otrzymamy:

$$\bar{p}(\alpha, \beta, \gamma, t) = \frac{Ak}{\phi\mu c} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \int_0^t q(\tau) e^{\frac{-k}{\phi\mu c} (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) (t-\tau)} d\tau \quad (\text{A.18})$$

Na podstawie wzorów na transformacje odwrotne otrzymujemy:

$$\begin{aligned} p(x, y, z, t) = & \frac{Ak}{\phi\mu c} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^t q(\tau) e^{\frac{-k}{\phi\mu c} (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) (t-\tau)} e^{-i(\alpha x + \beta y + \gamma z)} d\tau \quad (\text{A.19}) \end{aligned}$$

Wzór (A.19) przedstawić można w postaci:

$$p(x, y, z, t) = \frac{Ak}{\phi\mu c} \frac{1}{\pi^3} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^t q(\tau) e^{-\frac{k}{\phi\mu c}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)(t-\tau)} \cos \alpha x \cos \beta y \cos \gamma z d\tau d\alpha d\beta d\gamma \quad (A.20)$$

uwzględniając w (A.19), że:

$$e^{i\alpha l} = \cos \alpha l + i \sin \alpha l \quad (A.21)$$

Ponieważ całka typu:

$$\int_0^\infty e^{-u^2} \cos 2ludu = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-l^2} \quad (A.22)$$

otrzymamy z (A.20):

$$p(x, y, z, t) = \frac{A}{8\pi^{3/2}} \sqrt{\frac{\phi\mu c}{k}} \int_0^t \frac{q(\tau)}{(t-\tau)^{3/2}} e^{-\frac{\phi\mu c r^2}{4k(t-\tau)}} d\tau \quad (A.23)$$

gdzie

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad (A.24)$$

W dalszych rozważaniach przyjmujemy, że źródło punktowe znajduje się w punkcie  $P(\xi, \eta, \nu)$ . Mamy wówczas:

$$r = [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\nu)^2]^{1/2} \quad (A.25)$$

Wyrażenie (A.23) opisuje rozkład ciśnienia w ośrodku porowatym przy sferycznym dopływie do pojedynczego źródła o wydajności  $q(t)$ . Postać rozwiązania (A.23) znana jest w termokinytyce.

W równaniu (A.23) nieznana jest stała  $A$ , którą należy określić i która – jak się okaże – zależy od wielkości charakteryzujących warstwę porowatą.

Na podstawie prawa Darcy'ego

$$\nu = -\frac{k}{\mu} \text{grad } p \quad (A.26)$$

można wykazać, że przy przepływie sferycznym zachodzi:

$$\nu = |\vec{\nu}| = \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (A.27)$$

gdzie  $\frac{\partial p}{\partial r} > 0$ .

W źródle punktowym o wydajności  $q(t)$  spełniony musi być warunek:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \nu 4\pi r^2 = q(t) \quad (A.28)$$

który, po uwzględnieniu (A.27), przyjmie postać:

$$\lim_{r \rightarrow 0} r^2 \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\mu}{k} \frac{q(t)}{4\pi} \quad (A.29)$$

Różniczkując (A.23) względem  $r$ , otrzymamy po podstawieniu:

$$u^2 = \frac{\phi\mu c r^2}{4k(t-\tau)} \quad (A.30)$$

następujący wzór:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{A}{\pi^{3/2}} \int_{\frac{\phi\mu c}{4kt}}^\infty q\left(t - \frac{\phi\mu c r^2}{4ku^2}\right) \frac{1}{r^2} u^2 e^{-u^2} du \quad (A.31)$$

Podstawiając (A.31) do (A.29), otrzymamy, po wykonaniu zaznaczonych działań, warunek, jaki musi spełniać stała  $A$ , aby słuszna była równość (A.29):

$$A = -\frac{\mu}{k} \quad (A.32)$$

Aby spełniony był warunek (A.29), równanie wyjściowe (A.1) musi być postaci:

$$\frac{\phi\mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla^2 p - \frac{\mu}{k} q(t) \delta(x) \delta(y) \delta(z) \quad (A.33)$$

Uwzględniając (A.25) oraz (A.32) w (A.23) i dodając do rozwiązania (A.23)  $p_0 > 0$ , otrzymamy:

$$p(x, y, z, t) = p_0 - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{\phi c}{\pi^3}} \left(\frac{\mu}{k}\right)^{3/2} \int_0^t \left\{ \frac{q(\tau)}{(t-\tau)^{3/2}} e^{-\frac{\phi\mu c}{k}[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\nu)^2]} \right\} d\tau \quad (A.34)$$

Wyrażenie (A.34) opisuje rozkład ciśnienia w nieograniczonym ośrodku porowatym i przepuszczalnym przy sferycznym dopływie do pojedynczego źródła o wydajności  $q(t)$ , zlokalizowanego w punkcie  $P(\xi, \eta, \nu)$ .

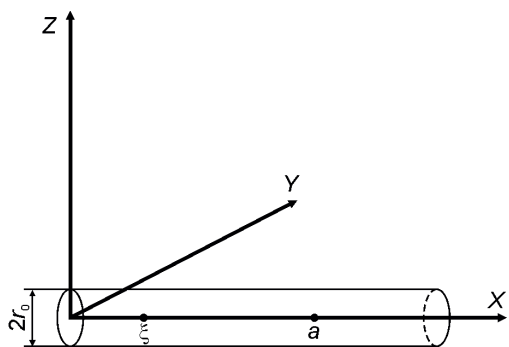
Tradycyjne metody interpretacji testów otworowych bazują na rozwiązaniach równania typu równanie dyfuzji przy założeniu radialnego przepływu medium w otaczającym otwór górotworze. W przypadku odwiertów poziomych charakter przepływu w otoczeniu udostępnionego poziomego odcinka odwiertu w sposób oczywisty nie jest radialny.

W niniejszym artykule rozpatrujemy następujący przypadek:

- w masywie górotworu, traktowanego jako przestrzeń nieograniczona, wykonano otwór poziomy o promieniu  $r_0$ , który udostępniono na odcinku o długości  $a$ ,
- sytuujemy początek prostokątnego układu współrzędnych w punkcie początkowym udostępnionego odcinka otworu, a oś  $OX$  wzdłuż osi poziomego odcinka, co pokazano na rys. A.1.

Celem jest podanie prostej zależności umożliwiającej, na podstawie przebiegu zmian ciśnienia podczas iniekcji płynu do poziomego odcinka otworu, określenie przepuszczalności i skin efektu otaczającego górotworu (w tym przypadku układu węgla), czyli interpretację testu otworowego.

Rozpatrujemy nieustalony przepływ płynu słabościśliwego z górotworu do poziomego odcinka otworu o długości  $a$ . Każdy z punktów poziomego odcinka otworu traktujemy jako



Rys. A.1

źródło punktowe działające dla  $t > 0$ . Ponieważ w rozpatrywanym przypadku przepływ odbywa się do linii źródeł o długości  $a$  zlokalizowanych wzdłuż osi  $OX$  (zatem  $\eta = \nu = 0$ ), ciśnienie w ośrodku porowatym będzie wyrażone wzorem:

$$p(x, y, z, t) =$$

$$p_0 - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{\phi c}{\pi^3}} \left( \frac{\mu}{K} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^a \left\{ \int_0^t \frac{q(\xi, t)}{\sqrt{(t-t')^3}} e^{-\frac{\phi \mu c [(x-\xi)^2 + y^2 + z^2]}{4K(t-t')}} dt' \right\} d\xi \quad (\text{A.35})$$

gdzie  $q(\xi, t)$  oznacza liniową gęstość wydajności źródeł.

Wyrażenie (A.35) opisuje rozkład ciśnienia w nieograniczonym ośrodku porowatym przy sferycznym dopływie medium złożowego do źródła liniowego o długości  $a$ , którego początek znajduje się w początku układu współrzędnych.

Przyjmując, że  $q(t)$  jest takie samo w każdym punkcie linii źródeł oraz że ciśnienie mierzone jest w punkcie początkowym udostępnionego odcinka otworu ( $x = 0$ ) na ścianie otworu dla  $z^2 + y^2 = r_0^2$ , gdzie  $r_0$  – promień otworu, otrzymamy z (A.35) poniższy wzór określający ciśnienie w otworze poziomym udostępnionym na odcinku o długości  $a$ , zakładając, że  $q(\xi, t') = \text{const} = \frac{Q}{a}$ , gdzie  $Q$  jest to sumaryczne natężenie przepływu płynu złożowego do całego udostępnionego odcinka otworu o długości  $a$ :

$$p(t) = p_0 - \frac{Q}{8a} \sqrt{\frac{\phi c}{\pi^3}} \left( \frac{\mu}{K} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^a \left\{ \int_0^t \frac{1}{\sqrt{(t-t')^3}} e^{-\frac{\phi \mu c (\xi^2 + r_0^2)}{4K(t-t')}} dt' \right\} d\xi \quad (\text{A.36})$$

Przez podstawienie

$$\frac{\phi \mu c \xi^2}{4K(t-t')} = u^2 \quad (\text{A.37})$$

wyrażenie (A.36) przedstawić można w postaci:

$$p(t) = p_0 - \frac{Q}{4\pi^{\frac{3}{2}} a K} \int_0^a \left\{ \frac{1}{(t-t')} e^{-\frac{\phi \mu c r_0^2}{4K(t-t')}} \int_0^{\sqrt{\frac{\phi \mu c}{4K(t-t')}}} e^{-u^2} du \right\} dt' \quad (\text{A.38})$$

Dla

$$a \sqrt{\frac{\phi \mu c}{4K(t-t')}} \geq 2 \quad (\text{A.39})$$

czyli

$$t \leq \frac{\phi \mu c a^2}{16K} \quad (\text{A.40})$$

można przyjąć z błędem mniejszym od  $10^{-2}$ , że

$$a \sqrt{\frac{\phi \mu c}{4K(t-t')}} \int_0^{\sqrt{\frac{\phi \mu c}{4K(t-t')}}} e^{-u^2} du \cong \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (\text{A.41})$$

i równanie (A.38) uprości się do postaci

$$p(t) = p_0 - \frac{Q\mu}{8\pi a K} \int_0^t \left\{ \frac{1}{t-t'} e^{-\frac{\phi \mu c r_0^2}{4K(t-t')}} \right\} dt' \quad (\text{A.42})$$

a podstawiając w (A.42)

$$\frac{\phi \mu c r_0^2}{4K(t-t')} = S \quad (\text{A.43})$$

otrzymamy

$$p(t) = p_0 - \frac{Q\mu}{8\pi a K} \int_{\frac{\phi \mu c r_0^2}{4Kt}}^{\infty} \frac{e^{-S}}{S} dS \quad (\text{A.44})$$

Dla spotykanych w praktyce wielkości  $\phi, \mu, c, r_0, K$  już po kilkunastu sekundach trwania przepływu wyrażenie

$$\frac{\phi \mu c r_0^2}{4Kt} \quad (\text{A.45})$$

jest mniejsze od 0,01 i całkę w (A.44) możemy aproksymować wzorem [4]:

$$\int_{\frac{\phi \mu c r_0^2}{4Kt}}^{\infty} \frac{e^{-S}}{S} dS \cong -\ln \frac{\gamma \phi \mu c r_0^2}{4Kt} \quad (\text{A.46})$$

gdzie  $\gamma = 1,781$ , stała.

Uwzględniając (A.46) w (A.44) oraz przyjmując, że ma miejsce zatłaczanie płynu do ośrodka porowatego, czyli  $Q = -Q$ , otrzymamy podany wcześniej wzór (1):

$$p(t) = p_0 + \frac{Q\mu}{8\pi a K} \left( \ln \frac{4Kt}{\gamma \phi \mu c r_0^2} + \bar{S} \right) \quad (\text{A.47})$$

Wzór (A.47) ma postać bardzo podobną do używanego w przemyśle naftowym wzoru do interpretacji testów zatłaczania/przepływu cieczy do otworu przy przepływie radialnym, w którym zachowanie ciśnienia opisuje równanie typu dyfuzji oraz obowiązuje prawo Darcy'ego. Do wyrażenia (A.47) dodano współczynnik  $\bar{S}$  w celu uwzględnienia istnienia wokół otworu strefy spękań o przepuszczalności wyraźnie różnej od przepuszczalności calizny pokładu węglowego. Wychodząc z definicji skin efektu obowiązującej przy przepływie radialnym do otworu pionowego

$$\Delta p_{skin} = \frac{Q\mu}{2\pi K h} S \quad (\text{A.48})$$



gdzie  $\Delta p_{skin}$  – dodatkowy spadek/wzrost ciśnienia względem ciśnienia teoretycznego spowodowany różną od reszty złoża przepuszczalnością strefy przyodwiertowej oraz odmiennym przebiegiem linii prądu, wynikałoby, że  $\bar{S} = 4(a/h)S$ . Współczynnik  $\bar{S}$  nie jest tożsamy ze współczynnikiem  $S$  i odzwierciedla wpływ strefy spękań wokół otworu drenażowego na odmienne od teoretycznego zachowanie ciśnienia podczas iniekcji/eksploatacji płynu oraz trajektorię ruchu cząsteczek cieczy odmienną od występującej przy przepływie radialnym.

Wyrażenie (A.47) opisuje zachowanie ciśnienia w otworze poziomym wykonanym w ośrodku nieograniczonym podczas zatłaczania płynu. Założono, że w ośrodku tym zachowanie ciśnienia opisuje równanie typu dyfuzji obowiązujące dla ośrodka porowatego i prawo Darcy'ego. Wprawdzie mechanizm magazynowania metanu w pokładach węglowych jest nieco inny niż w przypadku ropo-, wodo- lub gazonośnych ośrodków porowatych, ale z uwagi na występowanie porowatości i przepuszczalności węgla nie ma przesłank, aby po udostępnieniu pokładu węgla, gdy jest on całkowicie nasycony wodą, mechanizm przepływu wody przez matrycę był inny niż w przypadku ośrodków porowatych. Takie założenie przyjmowane jest praktycznie we

wszystkich pracach poświęconych przepływowi płynów w pokładach węgla [2, 6].

Wyrażenie (A.47) wyprowadzono przy założeniu nieograniczonego ośrodka. W rzeczywistości przepływ nie odbywa się w nieograniczonej przestrzeni, ale w poziomym pokładzie izolowanym od góry i dołu przez warstwy o parametrach różnych od parametrów pokładu węglowego. Z (A.40) i (A.45) wynika, że w przypadku założenia ośrodka nieograniczonego czas obowiązywania wzoru (A.20) określa nierówność:

$$\frac{\phi\mu c r_0^2}{4K} \leq t \leq \frac{\phi\mu c a^2}{16K} \quad (\text{A.49})$$

Wpływ warstw stropu i spągu na zachowanie ciśnienia w otworze poziomym uwzględniono w pracy [12], gdzie podano również przykład obliczeniowy. W rozpatrywanym przypadku zatłoczenia cieczy (wody) do pokładu węglowego pominięto wpływ warstw nadległych nad pokładem węglowym oraz zalegających poniżej, wychodząc z założenia, że ich oddziaływanie na zachowanie ciśnienia nie jest znaczące dla niewielkich czasów trwania testu rzędu kilkunastu, kilkudziesięciu minut lub grubszych pokładów. Takie założenie pozwoliło na otrzymanie nader prostych i wygodnych w interpretacji wzorów.

Prosimy cytować jako: Nafta-Gaz 2016, nr 12, s. 1054–1062, DOI: 10.18668/NG.2016.12.07

Artykuł nadesłano do Redakcji 7.10.2016 r. Zatwierdzono do druku 14.11.2016 r.

Artykuł powstał na podstawie pracy statutowej pt. *Opracowanie metody określania przepuszczalności węgla w warunkach kopalnianych (in situ) w poziomych otworach drenażowych przy użyciu sondy aerometrycznej o zmodyfikowanej konstrukcji* – praca INiG – PIB na zlecenie MNiSW; nr archiwalny: DK-4100-73/16.

## Literatura

- [1] Kącki E.: *Termokinetyka*. Warszawa, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1967.
- [2] Koenig R.A., Schraufnagel R.A.: *Application of the slug test in coal bed methane testing*. Paper 8743. Proceedings of the 1987 International Coalbed Methane Symposium, Tuscaloosa, University of Alabama, 16–19.11.1987.
- [3] Kuchuk F.J.: *Well testing and interpretation for horizontal wells*. JPT 1995, vol. 47, no. 1, s. 36–41.
- [4] Lee J.: *Well Testing*. SPE Textbook Series Vol. 1, 1982.
- [5] Nierobisz A.: *Sonda areometryczna jako narzędzie do badania szczelinowatości górotworu*. Przegląd Górniczy 2014, tom 70, nr 3, s. 65–70.
- [6] Nierobisz A., Masny W.: *Metoda obliczania wskaźnika szczelinowatości RQD na podstawie wyników badań wykonanych hydraulicznym penetrometrem otworowym*. Prace Naukowe GIG. Górnictwo i Środowisko 2004, nr 4, s. 21–34.
- [7] Odeh A.S., Babu D.K.: *Transient flow behavior of horizontal wells. Pressure drawdown and buildup analysis*. SPE 18802 PA, 1989, s. 7–15.
- [8] Ramey H.J., Agarwal R.G., Martin J.: *Analysis of slug test data or DST flow period data*. JCPT 1975, vol. 14, no. 3, s. 37–47.
- [9] Sabet M.A.: *Well test analysis*. Gulf Publishing, 1991.
- [10] Szpunar T.: *How to compute the permeability and skin factor of low pressure water zones*. JCPT 2001, vol. 40, no. 7, s. 1–7.
- [11] Szpunar T.: *Interpretacja krzywych przyływu i odbudowy ciśnienia w odwiercie ze szczeliną poziomą*. Nafta-Gaz 1993, nr 1, s. 11–28.
- [12] Szpunar T.: *Interpretacja wyników badań hydrodynamicznych w odwiertach poziomych*. Nafta-Gaz 1992, nr 9, s. 229–234.
- [13] Trajdos T. (red.): *Matematyka dla inżynierów*. Praca zbiorowa. Warszawa, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1996.



Dr inż. Tadeusz SZPUNAR  
Adiunkt w Zakładzie Inżynierii Naftowej.  
Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy  
ul. Lubicz 25 A  
31-503 Kraków  
E-mail: [tadeusz.szpunar@inig.pl](mailto:tadeusz.szpunar@inig.pl)



Mgr inż. Paweł BUDAK  
Starszy specjalista naukowo-badawczy, kierownik  
Zakładu Inżynierii Naftowej.  
Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy  
ul. Lubicz 25 A  
31-503 Kraków  
E-mail: [pawel.budak@inig.pl](mailto:pawel.budak@inig.pl)