

Wiesław Szott, Andrzej Gołąbek

Institut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy

Symulacyjne modelowanie procesów mieszania się gazów w warunkach złożowych

W pracy przeanalizowano problem modelowania procesów mieszania się gazów w ośrodku porowatym. Zbadano efekt dyspersji numerycznej obserwowany w modelach o rosnącym stopniu złożoności (od 1-wymiarowych do realistycznych 3-wymiarowych). Porównano wyniki symulacji z dokładnymi lub przybliżonymi rozwiązaniami analitycznymi równań transportu konwekcyjno-dyfuzyjnego. Stwierdzono istotną zgodność efektów dyspersji numerycznej i fizycznej. Fakt ten wykorzystano do modelowania procesów mieszania się gazów w PMG.

Słowa kluczowe: mieszanie się gazów, dyspersja, modelowanie, symulacja.

Simulation modeling of gas-gas mixing processes under reservoir conditions

The paper addresses the problem of the simulation modelling of gas-gas mixing processes in porous media. The effects of numerical dispersion were studied in the models of increasing complexity (from synthetic 1-D models to realistic 3-D models). Their results were compared with exact or/and approximate solutions of convective-dispersion transport equations. A satisfactory compatibility between the effects of numerical and physical dispersions was confirmed. Consequently, the numerical dispersion was successfully applied to model gas-gas mixing processes in a real USG reservoir.

Key words: gas-gas mixing, dispersion, modeling, simulations.

Wstęp

Tematyka mieszania się gazów w warunkach złożowych odgrywa istotną rolę w dziedzinie wytwarzania i funkcjonowania podziemnych magazynów gazu, co wynika zarówno z praktyki krajowej [3, 4, 5, 9], jak i zagranicznej [1]. W szczególności dotyczy ona przypadków magazynowania gazu wysokometanowego w częściowo wyeksploatowanych złożach gazu zaazotowanego, jak również stosowania gazów innych niż przechowywany w charakterze buforu magazynu.

Jednocześnie zagadnienie to nie znalazło należytego rozwiązania w dostępnych komercyjnie symulatorach złożowych używanych do modelowania wielorakich procesów zachodzących podczas transportu płynów złożowych (ropy, gazu, wody). Najlepszym przykładem dowodzącym słuszności tej tezy jest najpopularniejszy na świecie symulator złożowy Eclipse firmy GeoQuest (Schlumberger), zarówno w wersji Black Oil, jak i Compositional. Ponieważ modelo-

wanie numeryczne procesów złożowych (w tym wytwarzania i funkcjonowania PMG) stało się ogólnie przyjętym standardem, jego użytkownicy, w tym autorzy niniejszej pracy, zmuszeni są do stosowania specjalnych sposobów opartych na niedoskonałościach standardowych symulatorów złożowych powodujących pojawianie się zjawisk analogicznych do fizycznych procesów mieszania się gazów przepływających przez ośrodek porowaty. Zjawisko – o którym tu mowa – rzeczywiście zachodzące w przyrodzie to tzw. dyspersja fizyczna, natomiast mechanizm numeryczny wykorzystywany do jego modelowania to tzw. dyspersja numeryczna.

Niniejsza praca jest próbą systematycznej analizy efektów dyspersji numerycznej oraz możliwości jej ilościowego wykorzystania do modelowania dyspersji fizycznej, a w konsekwencji – procesów mieszania się w złożu płynów nieodzielonych granicą faz, jakimi są gazy węglowodorowe i inne

występujące w praktyce gazowniczej. Wszystkie obliczenia numeryczne w formie symulacji złożowych przeprowadzo-

no na potrzeby tej pracy przy pomocy symulatora Eclipse Compositional [2].

Dyspersja

Dyspersyjne mieszanie się płynów odgrywa zasadniczą rolę w procesie wypierania mieszającego. Dyspersja jest procesem rozmycia profilu stężenia płynu na skutek różnych mechanizmów przepływu, a jej efekt jest proporcjonalny do gradientu koncentracji. Dyfuzja to szczególnie przypadek dyspersji przy zerowej prędkości przepływu płynu. Dwoma podstawowymi elementami dyspersyjnego mieszania się są dyfuzja molekularna i dyspersja fizyczna. Ta ostatnia wywołana jest niejednorodnością pola prędkości konwekcyjnej powstałą na skutek złożonego przepływu przez ośrodek porowaty. Natomiast dyfuzja molekularna odbywa się wyłącznie z powodu gradientu koncentracji, niezależnie od obecności czy braku przepływu. W zjawiskach wypierania gazu przez inny gaz w typowych warunkach ośrodków porowatych i dla znakomitej większości prędkości przepływu tych płynów dominującym procesem odpowiedzialnym za obserwowane mieszanie się gazów jest dyspersja fizyczna.

Numeryczne symulatory złożowe są narzędziami rozwiązującymi równania różniczkowe cząstkowe opisujące m.in. mechanizmy transportu płynów w ośrodkach porowatych poprzez ich zastąpienie równaniami różnic skończonych. Spośród kilku możliwych sposobów takiego podejścia najczęściej stosuje się tzw. przybliżenie różnic centralnych, które jest dokładniejszą od innych metodą dyskretyzacji pochodnych przestrzennych przez różnice skończone. Jednocześnie używany jest specjalny sposób traktowania parametrów multiplikatywnych dla pochodnych przestrzennych, tzw. *upstream weighting*, który wraz z zależnością od czasu typu *implicite* zapewnia stabilność rozwiązań numerycznych [6]. Przybliżanie takie prowadzi do powstania dodatkowych członów w rozwiązywanych równaniach transportu mających postać dyspersji fizycznej (zostanie to opisane w kolejnym rozdziale). Człony te oraz

konsekwencje ich istnienia w postaci, na ogół niepożądanych, efektów widocznych w rozwiązaniach numerycznych nazywane są dyspersją numeryczną. W wielu przypadkach efekty dyspersji numerycznej są pomijalne, istnieją również próby takiego sformułowania równań numerycznych, które prowadzą do znacznego ich zredukowania.

Zdecydowana większość komercyjnie dostępnych symulatorów złożowych stosujących metodę różnic skończonych jest obciążona problemem dyspersji numerycznej. Z jednej strony wymaga to szczegółowej analizy i oceny wielkości efektów dyspersji numerycznej w wynikach obliczeń takimi symulatorami dla większości procesów, gdzie dyspersja nie występuje. Z drugiej strony – stwarza możliwość uwzględnienia efektów dyspersji w procesach, w których się ona pojawia. Wówczas problem sprowadza się do ilościowej kontroli dyspersji numerycznej w sytuacji, gdy nie jest ona prostym rezultatem zmiany odpowiedniego parametru, gdyż taki nie występuje, ale zależy w złożony sposób od innych parametrów modelu, takich jak np. rozmiary jego bloków.

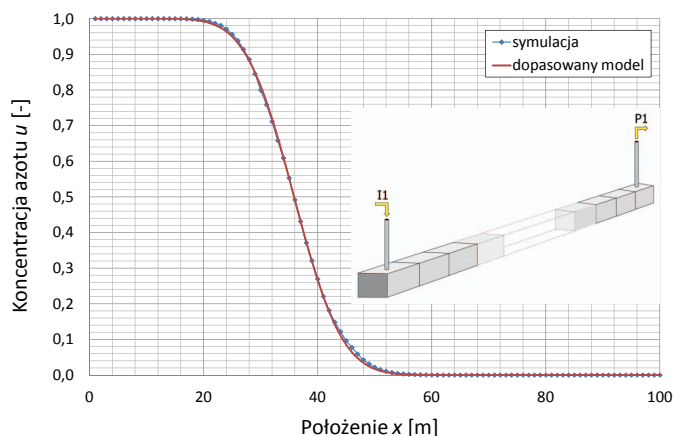
Obliczenia wykonywane w typowych symulatorach złożowych to skomplikowany układ równań różniczkowych typu parabolicznego lub hiperbolicznego nieposiadających członu reprezentującego fizyczną dyspersję. Dlatego w niniejszej pracy podjęto próbę analizy efektów dyspersji numerycznej pojawiających się w rozwiązaniach komercyjnego symulatora złożowego Eclipse Compositional oraz ich wpływu na opis zjawiska mieszania się gazów na przykładzie modeli o rosnącym stopniu złożoności, tj. począwszy od jednorodnego modelu jednowymiarowego, a skończywszy na realistycznym modelu złoża w 3 wymiarach. Założono proces mieszania się rodzimego gazu węglowodorowego (metanu) z obojętnym gazem zatłaczanym (azotem), który modelowano przy pomocy równania stanu SRK [7].

Jednowymiarowy model przepływów

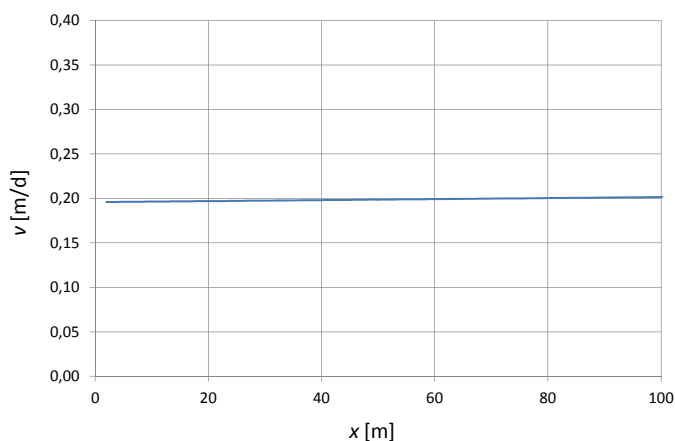
W pierwszym etapie realizacji pracy skonstruowano jednowymiarowy model symulacyjny umożliwiający prostą analizę omawianych procesów mieszania się gazów. Model ten posiada wymiary $100 \times 1 \times 1$ metrów i jest złożony z bloków o identycznych parametrach (porowatość: $\phi = 0,15$, przepuszczalność bezwzględna: $k = 50$ mD). Założone wielkości parametrów wynikają ze średnich wartości w rzeczywistym złożu gazowym, które zostało wykorzystane w końcowym etapie pracy. Założono również brak mobilnej

wody złożowej w modelu. W celu skoncentrowania się na efektach mieszania się gazów oraz wykorzystania modelu analitycznego do analizy wyników otrzymanych z modelu numerycznego przyjęto warunki procesu mieszania się jak najbardziej zbliżone do założeń modelu analitycznego, tj. stałość prędkości konwekcji gazów w modelu. Ze względu na skończoną ściśliwość gazów warunki te przybliżono poprzez przyjęcie identycznych ściśliwości, gęstości i lepkości gazu wypieranego i wypierającego. Gaz wypierany, początkowo

w pełni nasycający bloki modelu, był odbierany z jednego końca modelu (P1), a gaz zatłaczany – podawany na drugim końcu (I1) (rysunek 1) z wydajnościami zapewniającymi stacjonarny rozkład prędkości przepływów obu gazów (v_1, v_2) i ciśnień w modelu. Uzyskany rozkład całkowitej prędkości przepływu gazów ($v_i = v_1 + v_2$) w modelu przedstawiono na rysunku 2 w funkcji położenia wzdłuż modelu. Niewielkie odchylenie tej prędkości od wartości stałej jest nieuniknione i wynika ze skończonej ściśliwości gazów.



Rys. 1. Model jednowymiarowy – schemat modelu numerycznego i przykładowe dopasowanie modelu analitycznego (rozwiązanie (6) w rozdziale „Matematyczne modele przepływu”) do wyników symulacji



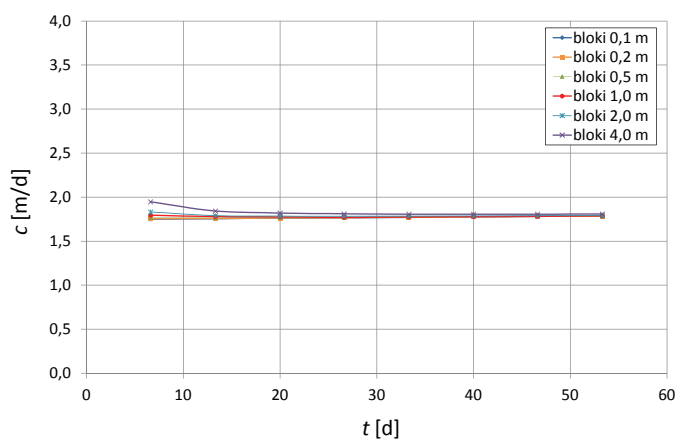
Rys. 2. Model jednowymiarowy – rozkład całkowitej prędkości przepływu gazów v_i w modelu

Dla określenia wielkości parametru dyspersji numerycznej w pracy zastosowano jednowymiarowy model analityczny będący rozwiązaniem równania konwekcji-dyspersji, przedstawiony on został w rozdziale „Matematyczne modele przepływu”.

Na rysunku 1 zaprezentowano przykład dopasowania omawianego modelu do wyników symulacji, w postaci koncentracji azotu w funkcji położenia x w wybranym kroku czasowym symulacji ($t = 20$ d).

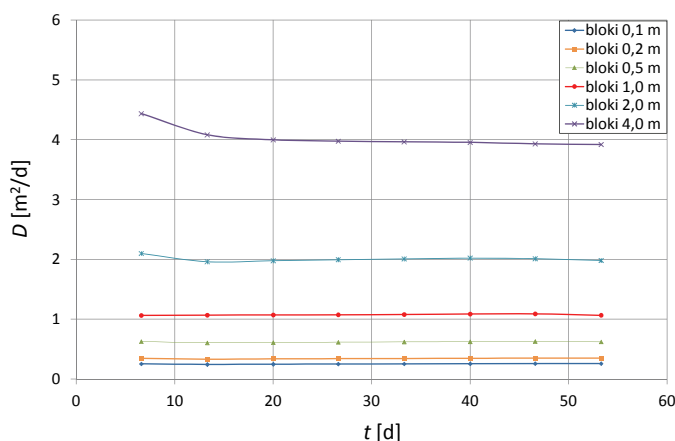
Na opisanym modelu numerycznym przeprowadzono analizę wpływu, jaki na mieszanie się gazów w symulacjach ma rozdzielczość siatki bloków modelu. W tym celu wykonano kilka wariantów symulacji, w których wielkość bloków w kierunku x zmieniano od 0,01 m do 10 m. Do wybranych symulacji (z blokami: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2 i 4 m) dla różnych czasów dopasowano rozwiązania analityczne, w wyniku czego otrzymano wartości parametru konwekcji c oraz dyspersji numerycznej D .

Parametr konwekcyjny c okazał się być porównywalny we wszystkich wykonanych na tym etapie symulacjach (rysunek 3), co jest zgodne z założeniami prowadzonego procesu. W omawianych symulacjach przyjęto tę samą wydajność przepływu przy utrzymaniu średniego ciśnienia w modelu na stałym zadanym poziomie.



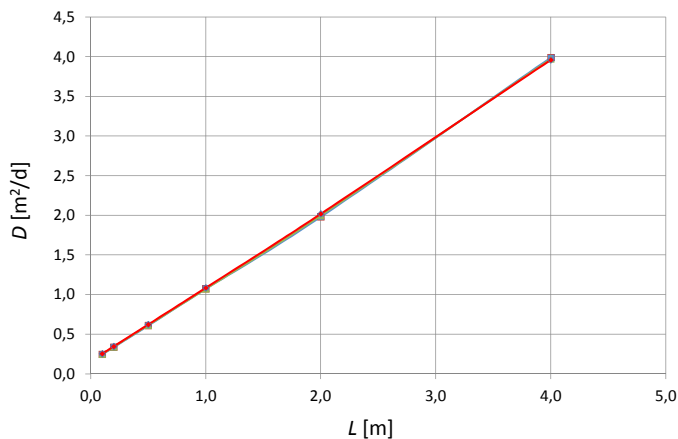
Rys. 3. Model jednowymiarowy – parametr konwekcji dla różnych rozmiarów bloków

Dyspersja numeryczna w bardzo dużym stopniu zależy od wielkości bloków i zgodnie z oczekiwaniami wykazuje praktycznie stabilny charakter w czasie (rysunek 4). Zależność dyspersji od rozmiarów bloków modelu jest w dużym



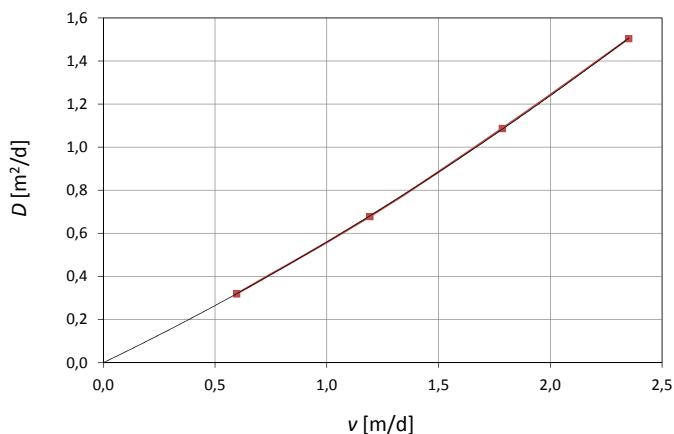
Rys. 4. Model jednowymiarowy – zmiana dyspersji numerycznej w czasie dla różnych rozmiarów bloków

przybliżeniu liniowa, co obrazuje wykres na rysunku 5, i potwierdza ona wyniki teoretycznej analizy numerycznych właściwości rozwiązania równania transportu [6]. W zależności tej pojawia się również człon stały $D_0 > 0$ (czym różni się ona od zależności teoretycznej) i jest on prawdopodobnie spowodowany obecnością błędów natury numerycznej.



Rys. 5. Model jednowymiarowy – zależność dyspersji numerycznej od rozmiaru bloków dla przykładowych czasów symulacji, $D = D_0 + \alpha \Delta x$

Zależność współczynnika dyspersji D od prędkości przepływu v mediów w złożu ma nieco bardziej złożony charakter (rysunek 6) i obejmuje człon wyższego (drugiego) rzędu: $D = \alpha v + \beta v^2$, gdzie współczynniki przyjmują wartości: $\alpha = 0,50$ m, $\beta = 0,06$ d.



Rys. 6. Model jednowymiarowy dla bloków 1 m – dyspersja D vs. prędkość v przemieszczania się frontu o koncentracji gazu zatłaczanego $u = 0,5$: $D = \alpha v + \beta v^2$

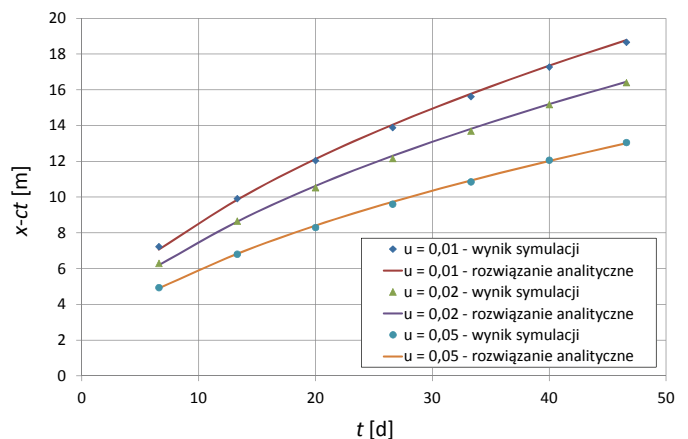
W połączeniu z zależnością współczynnika dyspersji D od rozmiarów bloków modelu Δx otrzymujemy zależność $\alpha = k_{ID} \Delta x$, gdzie $k_{ID} = 0,5$.

Zależność D od v różni się od ogólnie przyjmowanego stosunku dyspersji fizycznej do prędkości przepływu (konwekcji) v , która ma charakter liniowy: $D_{phys} = D_m + \alpha v$.

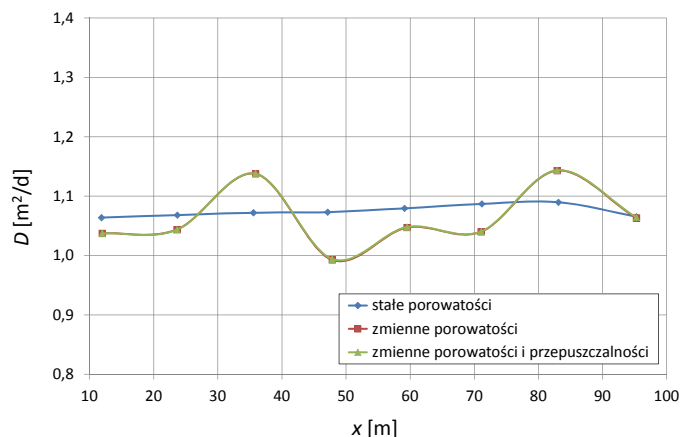
Należy podkreślić, że człon kwadratowy w analizowanym zakresie prędkości jest stosunkowo niewielki, a jego źródłem mogą być wyrazy wyższego rzędu, pomijane w analizie przybliżenia różnic skończonych. Warto również zaznaczyć brak członu stałego – dyfuzji molekularnej D_m , która została jawnie pominięta w symulacjach numerycznych.

Dobrą zgodność pomiędzy wynikiem symulacji a modelem analitycznym uzyskuje się również dla przemieszczania się w czasie frontu o różnej koncentracji u medium wypierającego: $x(u)$ vs. t . Analityczne rozwiązanie dla tej wielkości podano w rozdziale „Matematyczne model przepływu”, a typowe porównanie wyników symulacji z tym rozwiązaniem przedstawiono na rysunku 7.

Należy zaznaczyć, że wielkość dyspersji (a w konsekwencji mieszanie się gazów) jest czuła na niejednorodność



Rys. 7. Model jednowymiarowy dla bloków 0,5 m – przemieszczanie się frontu $x(u)$ vs. t o zadanej koncentracji zatłaczanego gazu u , wyrażone przyrostem $x - ct$



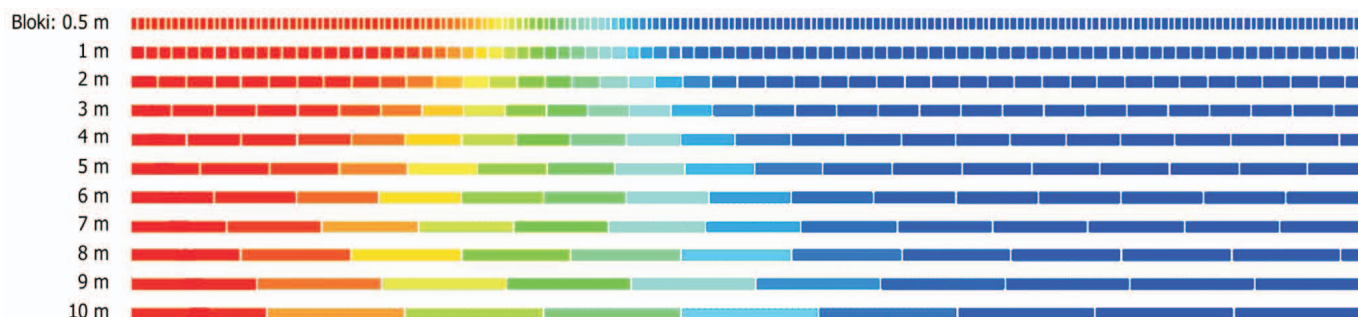
Rys. 8. Model jednowymiarowy – efektywna dyspersja numeryczna w funkcji odległości dla różnych parametrów petrofizycznych, zmienna porowatość ϕ wygenerowana według rozkładu normalnego o odchyleniu standardowym na poziomie 0,015 i średniej 0,15, przepuszczalność k wygenerowana według korelacji: $\log(k) = 2 * \log(\phi) + 3,35$, ze średnią $k \approx 50$ mD

właściwości rozpatrywanego modelu. Ponieważ nie istnieje analityczne rozwiązanie dla takiego przypadku, jego dokładna ilościowa analiza nie jest możliwa. Gdy zostanie zastosowane porównanie z rozwiązaniem dla jednorodnego równania analitycznego, to uzyskane parametry dopasowania (w tym parametr dyspersji D) można uważać za miarę parametrów efektywnych.

Dla przypadku modelu z zadaną losowo niejednorodnością porowatości o prostokątnym rozkładzie prawdopodobieństwa, z odchyleniem standardowym 10% średniej oraz skorelowanym z nim rozkładem przepuszczalności wyniki

takiej analizy przedstawiono na rysunku 8. Zmienność tak określonego współczynnika dyspersji numerycznej jest również na poziomie 10% i wynika z lokalnych zmian prędkości przepływu na skutek zmiennej objętości porów, przy warunku stałej średniej prędkości przepływu gazów przez model. Warto zauważyć, że nie obserwuje się wpływu zmienności parametru przepuszczalności na analizowane wyniki, gdyż w rozpatrywanym przypadku modelu 1-wymiarowego zmienność ta ma jedynie wpływ na lokalny rozkład ciśnień w złożu.

Wielkość strefy mieszania mediów w zależności od rozmiaru bloków modelu bezpośrednio obrazuje rysunek 9.



Rys. 9. Model jednowymiarowy – wyniki symulacji – rozmycie frontu mieszania się gazów w zależności od rozmiaru bloków

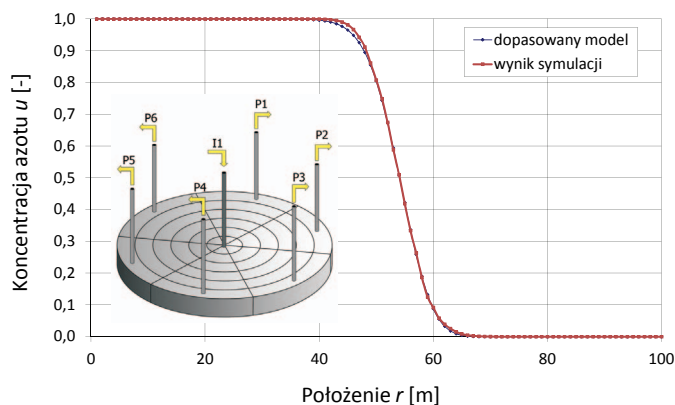
Radialny model przepływów

W rozdziale tym rozpatrzono model symulacyjny o symetrii radialnej. Modelowany obszar ma promień $R = 100$ m i jest podzielony na sześć sektorów oraz – początkowo – na sto pierścieni o szerokości 1 m. Odwiert zatłaczający umieszczono w środku kołowego obszaru, a 6 odwiertów wydobywczych w 6 sektorach najbardziej zewnętrznych pierścieni modelu (schemat na rysunku 10). Wybór i usytuowanie odwiertów wydobywczych były podyktowane koniecznością uzyskania w dobrym przybliżeniu przepływów o symetrii radialnej. Zmieniano szerokość pierścieni (liczbę bloków w kierunku radialnym) od 0,1 do 2 m ($1000 \div 50$), a także prędkość przepływu płynów (wydajność zatłaczania odwiertem zatłaczającym i wydajności wydobywania odwiercami wydobywczymi), utrzymując ich stabilny rozkład w czasie. Zastosowano jednolity rozkład podstawowych parametrów złożowych (porowatość, przepuszczalność, miąższość).

Do wyników symulacji dla rozkładu koncentracji zatłaczanego gazu wzdłuż promienia modelu w różnych okresach zatłaczania każdorazowo dopasowano przybliżone rozwiązanie analityczne opisane w rozdziale „Matematyczne modele przepływu”, celem zweryfikowania jego zgodności z wynikami symulacji oraz określenia efektywnych parametrów konwekcji i dyspersji.

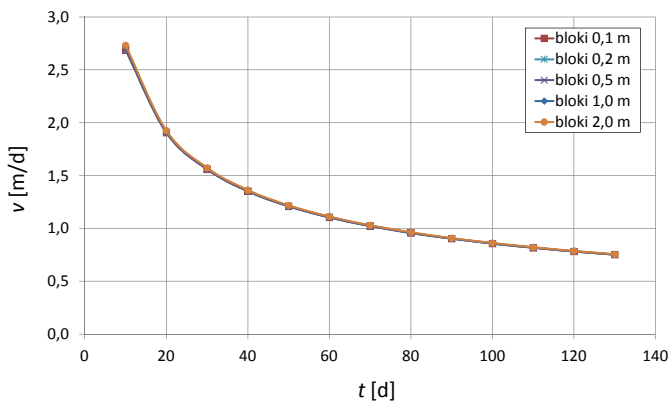
Parametry te określono w obszarze obowiązywania przybliżonego rozwiązania analitycznego, tj. w sąsiedztwie hipo-

tetycznego frontu wypierania niemieszającego $r_f = r(u = 0,5)$. Należy zauważyć, że jakość takiego dopasowania była zadowalająca w znacznie szerszym obszarze uzyskanych wyników, czego przykład pokazano na rysunku 10.



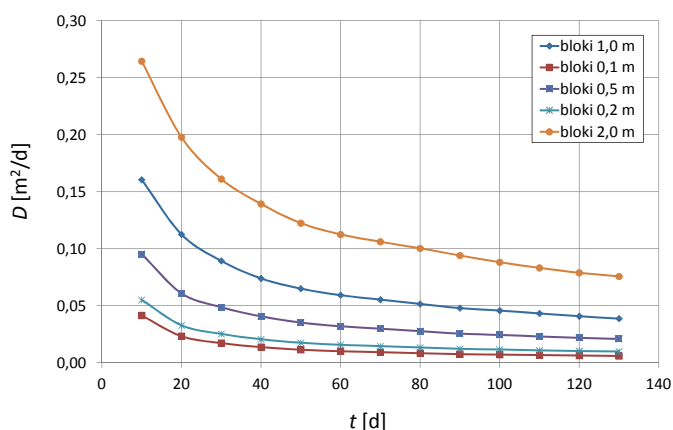
Rys. 10. Model radialny – schemat modelu i dopasowanie przybliżonego rozwiązania analitycznego (rozwiązanie (8) w rozdziale „Matematyczne modele przepływu”) do wyników symulacji dla kroku czasowego $t = 40$ d

Analiza powyższa wykazała stabilność pola prędkości płynów w modelu symulacyjnym. Pokazana ona została w postaci prędkości przemieszczania się frontu r_f w zależności od czasu zatłaczania dla modeli różniących się radialną wielkością bloków – rysunek 11.

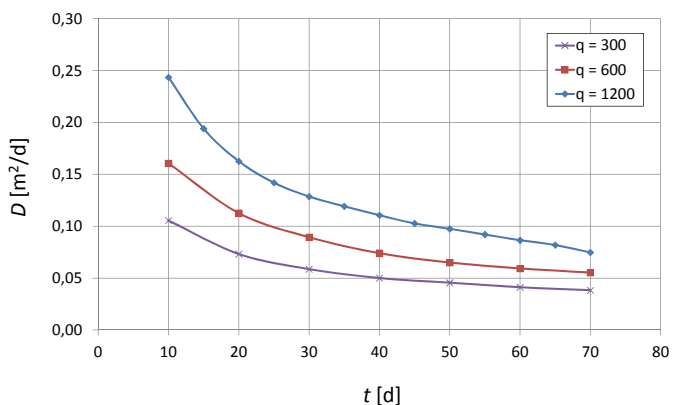


Rys. 11. Model radialny – zmiana prędkości przepływu w czasie dla różnych rozmiarów bloków

Określone w wyniku dopasowania rozwiązania analitycznego wielkości współczynnika dyspersji D charakteryzowała zmienność w czasie (spowodowana zmiennością pola prędkości) oraz zależność od wielkości bloków modelu (rysunek 12 i 13).



Rys. 12. Model radialny – zmiana dyspersji numerycznej w czasie dla różnych rozmiarów bloków

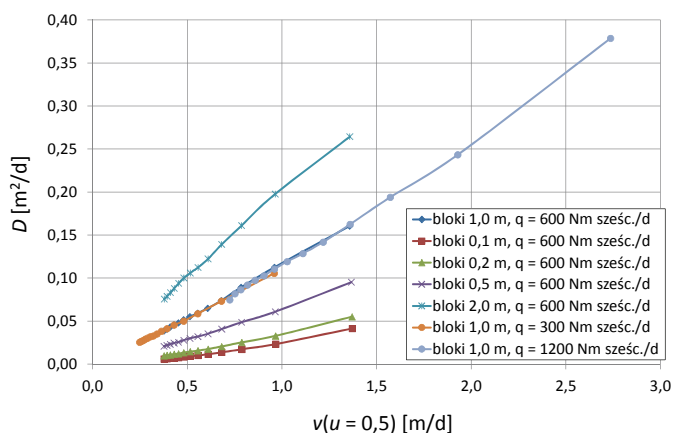


Rys. 13. Model radialny – zmiana dyspersji numerycznej w czasie dla różnych wydajności przepływu

Należy zauważyć, że poprawność opisu uzyskanych wyników numerycznych przez przybliżone rozwiązanie analitycz-

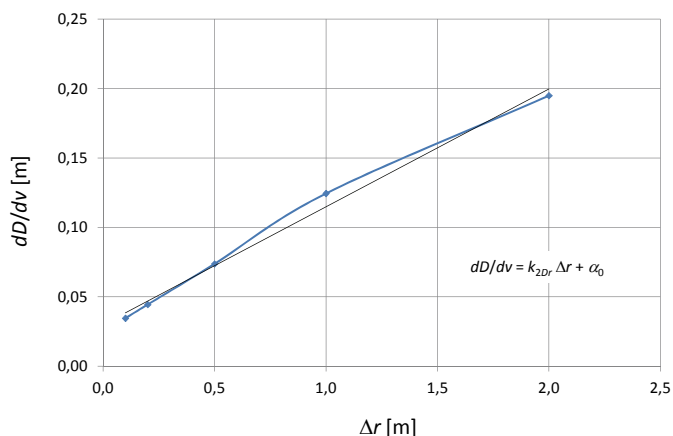
ne (patrz rysunek 10) uzyskano pomimo stale zmieniających się prędkości przepływu płynów w sąsiedztwie frontu r_f , a w konsekwencji przy zmieniającym się współczynniku dyspersji D .

Zmienność współczynnika dyspersji D jest obserwowana zarówno w wariantach ze stałą wydajnością tłoczenia/wydobywania płynów w trakcie przemieszczania się frontu wypierania, jak i w wariantach z różnymi wydajnościami tłoczenia/wydobywania płynów. Jak można zauważyć na rysunku 14, zmienność ta sprowadza się do zależności współczynnika dyspersji D od faktycznej prędkości v przemieszczania się frontu $r_f(u = 0,5)$. Zależność ta nie jest wyłącznie liniowa, jednak w znaczących interwałach prędkości v może być przybliżona funkcją: $D = D_o + \alpha v$, typową dla dyspersji fizycznej.



Rys. 14. Model radialny – dyspersja D w zależności od prędkości v przemieszczania się frontu $r(u = 0,5)$ dla różnych rozmiarów bloków Δr i różnych wydajności tłoczenia/wydobywania płynów q

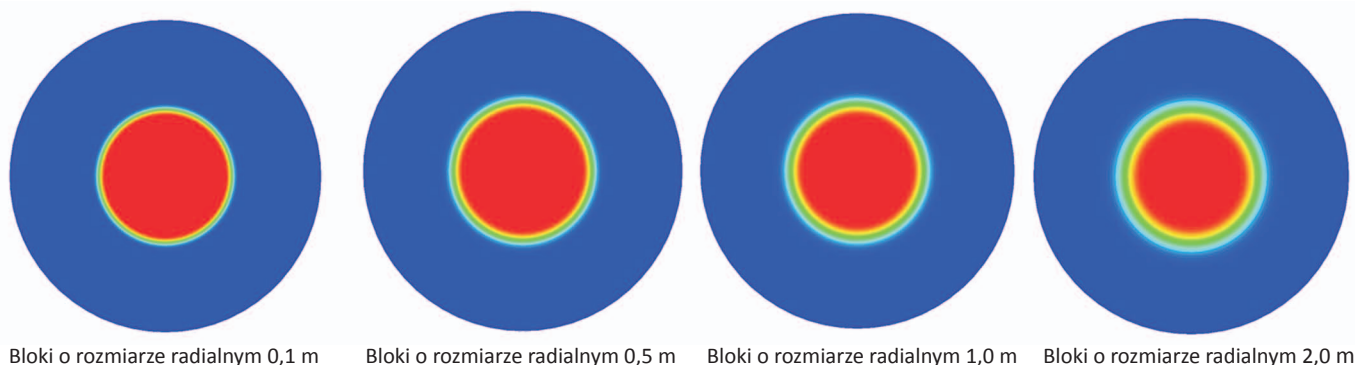
Zależność współczynnika α od radialnych rozmiarów bloków modelu Δr pokazuje rysunek 15. Zależność ta, podobnie do sytuacji w jednym wymiarze, jest monotoniczna



Rys. 15. Model radialny – zależność współczynnika α od radialnego rozmiaru bloków Δr

i w przybliżeniu liniowa $\alpha \sim k_{2Dr} \Delta r$, gdzie bezwymiarowy współczynnik proporcjonalności przyjmuje wartość $k_{2Dr} = 0,085$.

Analizowana dyspersja powoduje rozmycie frontu wypierania jednego gazu przez drugi, co oznacza faktyczne mieszanie się gazów. Obrazuje to rysunek 16.



Rys. 16. Model radialny – rozkład koncentracji gazów jako efekt ich mieszania się w zależności od rozmiaru bloków modelu

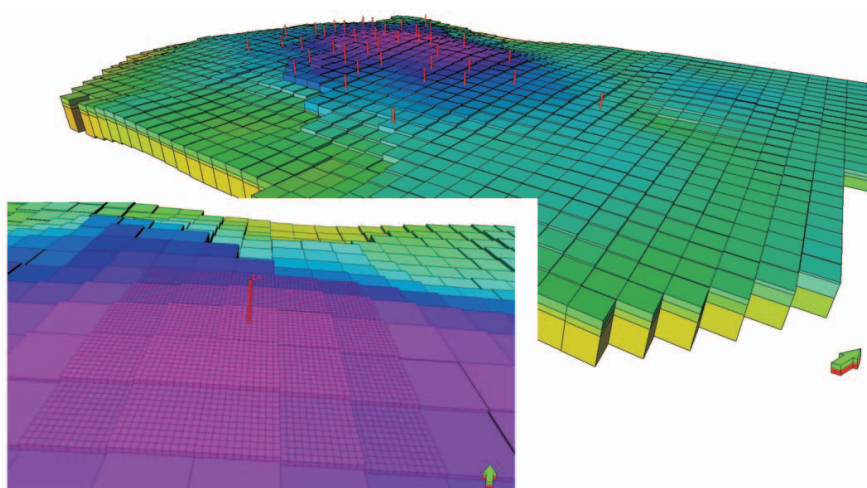
Model rzeczywistego złoża

W rozdziale zastosowano metodykę analizowaną w poprzednich częściach pracy do przypadku rzeczywistego złoża pełniącego funkcję podziemnego magazynu gazu. W tym wypadku problem mieszania się gazów ma swoją genezę w zaazotowanym gazie rodzimym pozostałym w złożu po jego częściowym wyeksploatowaniu. Z tego względu magazynowany w złożu gaz wysokometanowy w procesie zatłaczania i migracji podlega mieszaniu się z pozostałym gazem rodzimym, co skutkuje pogorszeniem jakości (zaazotowaniem) gazu odbieranego z magazynu.

Jednym z podstawowych problemów w funkcjonowaniu tego PMG jest prognozowanie stopnia zanieczyszczenia odbieranego gazu wysokometanowego azotem. Do jego rozwiązania wykorzystuje się narzędzia pomocne w ogólnym zarządzaniu magazynem, tj. różnego rodzaju symulatory złożowe, w tym – modele pół-analityczne oraz symulatory numeryczne. Miedzy innymi w latach ubiegłych stosowano specjalistyczny symulator typu gaz-gaz-woda o nazwie Omega+ firmy SSI, posiadający możliwość sterowania procesami mieszania się gazów poprzez kontrolę dyspersji fizycznej. Niestety symulator ten nie jest już rozwijany, a także zaprzestano jego produkcji i obsługi. Od kilku lat podejmowane są próby wykorzystania do rozwiązania powyższego problemu standardowego symulatora złożowego, jakim jest Eclipse Compositional firmy GeoQuest Schlumberger.

W ramach niniejszej pracy symulator ten oraz otrzymane przy jego pomocy wyniki poddano regularnej analizie

omówionej w poprzednich rozdziałach. W rozdziale tym zostaną zaprezentowane wyniki symulacji w procesie kalibracji modelu PMG pod kątem poprawnego odtworzenia składu gazu (zawartości azotu) odbieranego z magazynu poprzez dobór parametrów określających wielkość dyspersji numerycznej symulującej dyspersję fizyczną. Dla tego złoża skonstruowano pełnoskalowy, pełnowymiarowy model symulacyjny, uwzględniający dokładny skład gazu rodzimego i zatłaczanego, obecność wody podścielającej oraz zmienną w czasie liczbę odwiertów eksploatacyjnych. Widok modelu złoża wraz z otaczającymi go strukturami geologicznymi przedstawiono na rysunku 17.

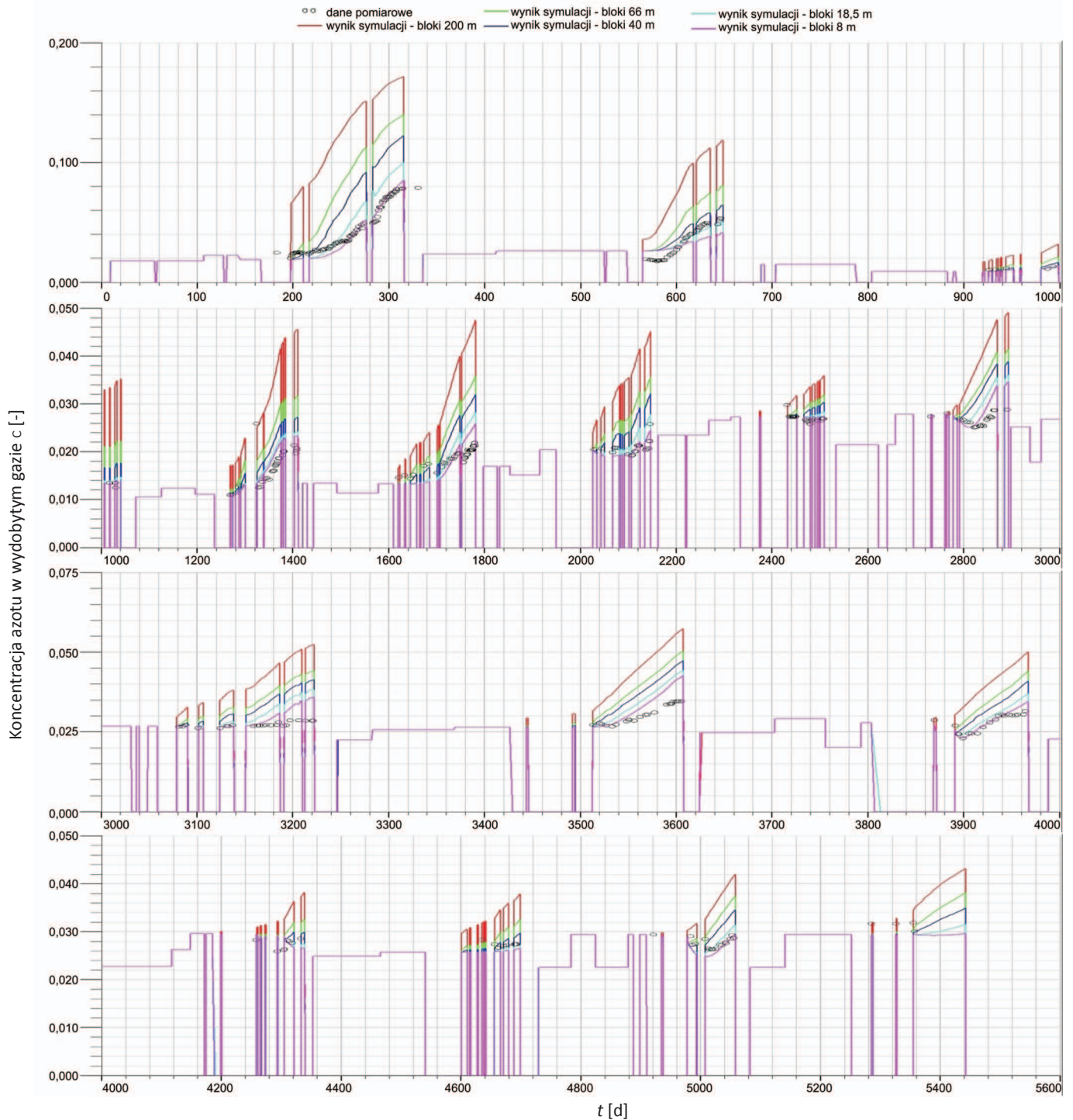


Rys. 17. Model rzeczywistego złoża – widok od południowego zachodu wraz z fragmentem modelu z zagęszczoną siatką bloków w rejonie wybranego odwiertu

Historia pracy złoża w charakterze PMG obejmuje 18 pełnych cykli zatłaczania i odbioru gazu. Gaz zatłaczany traktowany jako wysokometanowy posiadał niewielką i zmienną

zawartość składników niewęglowodorowych (azotu): typowo 1÷2%. Pod względem relacji: wydajność zatłaczania/ odbioru – ciśnienie w poszczególnych odwiertach, model został skalibrowany i precyzyjnie odtwarza ich przebieg. Kalibrację modelu pod względem zawartości azotu w odbieranym gazie prowadzono poprzez lokalne zmiany parametrów determinujących wielkość dyspersji numerycznej, a w szczególności lateralne rozmiary bloków modelu. Przykład takiego działania przedstawiono na rysunku 18, gdzie

wokół typowego odwiertu Z-1 w obszarze o rozmiarach 3 × 3 bloki pierwotne, wprowadzono lokalne zagęszczenie siatki bloków o geometrii kartezjańskiej. Efekty takiej modyfikacji struktury numerycznej modelu, a w konsekwencji zmian wielkości dyspersji numerycznej w tym obszarze, pokazano na rysunku 18, przedstawiającym koncentrację azotu w gazie zatłaczanym (zadaną) i odbieranym z PMG odwiertem Z-1. Na rysunkach tych widać wyniki symulacji analizowanej wielkości dla różnych rozmiarów bloków



Rys. 18. Model rzeczywistego złoża. Porównanie koncentracji azotu zmierzonej w gazie odbieranym z PMG vs. wyniki symulacji procesu mieszania się gazów. Cykle: 1–15

w obszarze zagęszczenia pierwotnej siatki. Dobrą zgodność wyników symulacji i pomiarów obserwujemy dla bloków o rozmiarze lateralnym 8 m. Warto zauważyć, że symulacje oddają nie tylko naturalny monotoniczny wzrost zawartości azotu z czasem odbioru, ale także w wielu cyklach bardziej złożony jego przebieg. Czasami obserwuje się również rozbieżność pomiędzy wynikami symulacji i pomiarami.

Niektóre z tych rozbieżności mają swoje źródło w ewi-

dentnie błędnych danych, np. dotyczących zakładanej koncentracji azotu w gazie zatłaczanym. Inne wymagają prawdopodobnie wprowadzenia bardziej subtelnych i/lub rozległych zmian w strukturze, np. niejednorodnej siatki zagęszczonych bloków. Tym niemniej uzyskaną zgodność można uznać za zadowalającą, a prześlizgnięty trend zmian za efektywny w kalibracji modelu z uwzględnieniem procesów mieszania się gazów w ośrodku porowatym.

Matematyczne modele przepływu

Dla szczegółowej analizy wyników symulacji numerycznych badanego procesu wypierania jednego gazu przez inny gaz porównano je z rozwiązaniem analitycznym równania najbardziej odpowiadającego obliczeniom wykonanym przez symulator złożowy. Ze względu na ograniczenie badanych efektów do procesów mieszania się gazów (na skutek dyspersji) pominięto inne zjawiska, zakładając w konsekwencji: identyczną gęstość obu gazów: $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, jednakową ich ściśliwość: $c_1 = c_2 = c$ oraz lepkość: $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ i takie same względne przepuszczalności: $k_{r1}(S_i) = k_{r2}(S_i) = S_i$, gdzie: S_i nasycenie i -tym gazem: (jego koncentracja w mieszaninie). Założono również brak obecności wody mobilnej, tzn. efektywną porowatość: $\phi_{eff} = \phi(1 - S_{wc})$, gdzie: ϕ – porowatość całkowita, a S_{wc} – nasycenie wodą związaną.

W efekcie, dla przepływu poziomego, zjawiska transportu powyższego układu można przedstawić przy pomocy równań [6]:

$$(1) \text{ równanie ciśnienia } P: \bar{\nabla} \cdot \left[(\lambda_1 + \lambda_2) \bar{\nabla} p \right] + q_t = \phi_{eff} c_t \frac{\partial P}{\partial t},$$

gdzie: mobilność $\lambda_i = \frac{kk_{ri}}{\mu}$ i ściśliwość całkowita

$$c_t = \frac{I}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial P} + c,$$

(2) równanie koncentracji:

$$-\bar{\nabla} \cdot \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \frac{\partial P_c}{\partial u} \bar{\nabla} u \right) - \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \bar{v}_t \right) + \frac{q_1}{\rho_1} = \phi_{eff} \frac{\partial u}{\partial t},$$

gdzie: \bar{v}_t – prędkość całkowita, $\bar{v}_t = \bar{v}_1 + \bar{v}_2$.

W rozpatrywanym przykładzie stacjonarnych ciśnień $P \approx const(t)$ poza obszarem źródeł i zlewów ($q_1, q_t = 0$), przy braku ciśnień kapilarnych P_c , równanie dla koncentracji u sprowadza się do postaci:

$$-\bar{v}_t \bar{\nabla} u = \phi_{eff} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1)$$

tzn. do standardowego równania konwekcji.

W procesie dyskretyzacji powyższego równania wykorzystanym w symulatorach złożowych pojawia się, w efekcie przybliżenia równań różniczkowych przez różnicowe

i obciążenia powstałego szeregu rozwinięcia, błąd postaci $D_{num} \nabla^2 u$, zwany dyspersją numeryczną [6], który zmienia postać równania (1) na:

$$D_{num} \bar{\nabla}^2 u - \bar{v}_t \bar{\nabla} u = \phi_{eff} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2)$$

To właśnie dyspersja numeryczna będąca funkcją parametrów modelu (takich jak rozmiary jego bloków) pozwala do pewnego stopnia kontrolować proces dyspersji fizycznej zachodzącej w realnych warunkach złożowych i nieuwzględnionej w tradycyjnych symulatorach złożowych.

Równanie dyfuzji-konwekcji (2) posiada proste analityczne rozwiązanie w jednym wymiarze $u(x, t)$ dla następujących warunków brzegowych i początkowych: $u(x, 0)$ dla $x > 0$; $u(0, t) = 1$, $u(\infty, t) = 0$ dla $t > 0$.

Przybiera ono postać:

$$u(x, t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x - ct}{2\sqrt{Dt}} \right) + \frac{1}{2} \exp \left(\frac{cx}{D} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x + ct}{2\sqrt{Dt}} \right) \quad (3)$$

gdzie: erfc to tzw. komplementarna funkcja błędu: c – stała (prędkość) konwekcji, D – stała dyspersji.

Należy zaznaczyć, że rozwiązanie (3) przyjmuje nieskończenie odległy punkt końcowy ($0 \leq x \leq \infty$). W praktyce numerycznej występują modele skończone ($0 \leq x \leq L$), tzn. warunek brzegowy wyrażony w postaci $\frac{\partial u}{\partial x}(\infty, t) = 0$ jest zastąpiony warunkiem $\frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0$. Dlatego rozwiązanie

analityczne (3) może być porównywane z numerycznym, gdy zasadnicza zmienność rozwiązania jest zlokalizowana daleko od punktu końcowego $x = L$.

Bardziej szczegółowa analiza powyższego rozwiązania pozwala znaleźć w dużym przybliżeniu równanie opisujące przemieszczanie się w czasie frontu o stałej koncentracji u medium wypierającego. Równanie to, jak łatwo wykazać, przyjmuje postać: $x(u) = ct + 2\eta(u\sqrt{Dt})$, gdzie: $\eta(u)$ jest funkcją u zdefiniowaną jako $\eta = \operatorname{erfc}^{-1}(2u)$.

Równanie dyfuzji-konwekcji w dwu i trzech wymiarach nie posiada rozwiązania analitycznego. Poniżej przedstawio-

no przybliżone rozwiązanie dla tego równania w przypadku symetrii radialnej. Dla tej geometrii w obszarze zdefiniowanymi granicami: $0 < r < R$, $0 < z < h$ oraz po wprowadzeniu bezwymiarowych zmiennych, czasu: $\tau = \frac{qt}{\Pi R^2 h \phi_{eff}}$, gdzie q to wydajność zatłaczania medium do złoża w środku obszaru $r = 0$, R – zewnętrzny promień obszaru, h – wysokość obszaru, ϕ_{eff} – porowatość efektywna oraz zmiennej przestrzennej: $\xi = \left(\frac{r}{R}\right)^2$, równanie konwekcji-dyfuzji przyjmuje postać:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{1}{P_e} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \quad (4)$$

gdzie parametr równania to tzw. liczba Pécleta $P_e = \frac{q}{4\Pi D h}$.

Hipotetyczny front wypierania niemieszającego $r_f^2(t) = \frac{qt}{4\Pi \phi_{eff}}$ w nowych zmiennych przyjmuje postać: $\xi_f(\tau) = \tau$. Dla sformułowania postaci równania (4) w sąsiedztwie tego frontu przydatne staje się przekształcenie zmiennej ξ na $\xi' = \xi - \tau$, które prowadzi do równania:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} - \frac{1}{P_e} \frac{\partial u}{\partial \xi'} \left[(\xi' + \tau) \frac{\partial u}{\partial \xi'} \right] = 0 \quad (5)$$

Podsumowanie i wnioski

W pracy podjęto zagadnienie numerycznego modelowania procesów mieszania się gazów w warunkach złożowych jako ważnego z praktycznego punktu widzenia procesu determinującego pracę obiektów naftowych, a w szczególności PMG. W tym celu wykonano następujące kroki:

1. Opisano zjawisko dyspersji fizycznej jako podstawowy proces zachodzący podczas mieszającego wypierania mediów (gazów) w ośrodku porowatym oraz mechanizm dyspersji numerycznej jako efekt uboczny obserwowany w numerycznych symulatorach złożowych, pozwalający symulować dyspersję fizyczną.
2. Przedstawiono dokładne rozwiązanie równania konwekcji-dyspersji dla modelu o geometrii liniowej oraz przybliżone dla modelu o geometrii radialnej.
3. Przeprowadzono analizę porównawczą efektów dyspersji fizycznej i numerycznej na przykładzie powyższych modeli.
4. Na podstawie pozytywnych wniosków z uprzednich działań zastosowano, w systematycznej analizie, metodę

Przybliżenie w okolicach rozpatrywanego frontu oznacza uproszczenie równania (5) do postaci:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} - \frac{\tau}{P_e} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi'^2} = 0 \quad (6)$$

Równanie (6) posiada dokładne rozwiązanie analityczne:

$$u(\xi, \tau) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\xi - \tau}{\tau} \sqrt{\frac{P_e}{2}} \right) \quad (7)$$

lub w oryginalnych współrzędnych:

$$u(r, t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Pi h \phi_{eff}^2}{qD}} \frac{r^2 - r_f^2(t)}{t} \right\} \quad (8)$$

a przyjęty wcześniej front wypierania niemieszającego $r_f(t)$ odpowiada frontowi z koncentracją $u = 0,5$.

Należy zaznaczyć, że uzyskane rozwiązanie ma charakter przybliżony. Parametr dyspersji D , jako wielkość zależna od prędkości przepływu, nie jest stały, lecz zależy od chwilowego położenia frontu w zmiennym polu prędkości wynikającym z radialnej geometrii problemu oraz prawa ciągłości. Należy go interpretować jako chwilową wartość efektywną, $D_{eff}(t)$, w otoczeniu frontu wypierania niemieszającego $r_f(t)$.

wykorzystującą dyspersję numeryczną do symulacji procesów mieszania się gazów w przypadku realnego PMG.

Praca pozwala na sformułowanie następujących wniosków:

1. Dyspersja numeryczna wykazuje duże podobieństwo do dyspersji fizycznej, w szczególności – z bardzo dobrym przybliżeniem zależność od prędkości konwekcji v postaci $D = D_0 + \alpha v$.
2. Dyspersja numeryczna może być w szerokim zakresie kontrolowana poprzez zmianę wielkości bloków modelu.
3. Ilościowe relacje pomiędzy wielkością dyspersji a prędkością konwekcji i wielkością bloków modelu muszą być ustalone indywidualnie dla każdego analizowanego przypadku (ze względu na geometrię, kierunki przepływu, stopień niejednorodności itp.).
4. Zastosowane podejście symulowania procesów mieszania się gazów poprzez wykorzystanie dyspersji numerycznej potwierdza swoją praktyczną przydatność w realnych problemach złożowych.

Prosimy cytować jako: Nafta-Gaz 2014, nr 3, s. 151–161

Artykuł powstał na podstawie pracy statutowej pt.: *Symulacyjne modelowanie procesów mieszania się gazów w warunkach złożowych* – praca INiG na zlecenie MNiSW; nr archiwalny: DK-4100-77/13, nr zlecenia: 77/KZ/13.

Literatura

- [1] Azin R. et al.: *Investigation of Underground Gas Storage in a Partially Depleted Gas Reservoir*. SPE 113588-MS, 2008.
- [2] Eclipse Compositional, v 2010.1 firmy GeoQuest Schlumberger.
- [3] Golabek A., Milek K., Szott W.: *Symulacyjne modelowanie procesu konwersji złoza na PMG i regularnej jego pracy, z udziałem CO₂ jako gazu buforowego. Część I – Konstrukcja i weryfikacja modelu, symulacja procesu wytwarzania buforu magazynu*. Nafta-Gaz 2011, nr 3, s. 153–162.
- [4] Golabek A., Milek K., Szott W.: *Symulacyjne modelowanie procesu konwersji złoza na PMG i regularnej jego pracy, z udziałem CO₂ jako gazu buforowego. Część II – Symulacyjne prognozy pracy magazynu*. Nafta-Gaz 2011, nr 4, s. 240–248.
- [5] Milek K., Szott W., Golabek A.: *Symulacyjne badanie procesów wypierania metanu rozpuszczonego w wodach złożowych poprzez zatłaczanie gazów kwasnych w ramach ich sekwestracji*. Nafta-Gaz 2013, nr 2, s. 112–122.
- [6] Peaceman D. W.: *Fundamentals of Numerical reservoir Simulations*. Elsevier 1973, 176 s.
- [7] Redlich O., Kwong J. N. S.: *On the Thermodynamics of Solutions. V An Equation of state. Fugacities of Gaseous Solutions*. Chemical Reviews 1949, vol. 44, pp. 223–244.
- [8] Soave G.: *Equalibrium Constants from a modified Redlich-Kwong equation of state*. Chemical Engineering Science 1972, vol. 27, pp. 1197–1203.
- [9] Szott W. i in.: *Modelowanie symulacyjne PMG Wierzchowice dla określenia charakterystyk pracy magazynu i wspomaganie jego zarządzaniem w sezonie 2012/2013*. Krosno, grudzień 2012, oraz wcześniejsze dokumentacje dotyczące modelowania symulacyjnego PMG Wierzchowice z lat 2004–2011.



Dr Wiesław Szott
Adiunkt; kierownik Zakładu Symulacji Złóż Węglowodorów i Podziemnych Magazynów Gazu.
Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy
ul. Lubicz 25A
31-503 Kraków
E-mail: wieslaw.szott@inig.pl



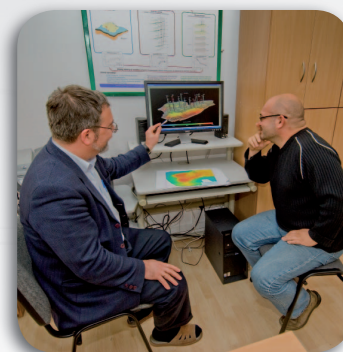
Mgr inż. Andrzej GOŁĄBEK
Asystent w Zakładzie Symulacji Złóż Węglowodorów i Podziemnych Magazynów Gazu.
Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy
ul. Lubicz 25A
31-503 Kraków
E-mail: andrzej.golabek@inig.pl

OFERTA

ZAKŁAD SYMULACJI ZŁÓŻ WĘGLOWODORÓW I PMG

Zakres działania:

- sporządzanie ilościowych charakterystyk złóż naftowych (konstruowanie statycznych modeli złożowych);
- analizy geostatystyczne dla potrzeb projektowania modeli złóż naftowych, w tym PMG i wielofazowych obliczeń wolumetrycznych;
- konstruowanie dynamicznych symulacyjnych modeli złóż i ich kalibracja;
- wszechstronne badania symulacyjne dla potrzeb:
 - » weryfikacji zasobów płynów złożowych,
 - » wtórnych metod zwiększania wydobycia (zatłaczanie gazu lub wody, procesy WAG, procesy wypierania mieszanego, oddziaływanie chemiczne),
 - » optymalizacji rozwiercania i udostępniania złóż,
 - » prognozowania złożowych i hydraulicznych (w tym termalnych) charakterystyk odwiertów (w szczególności poziomych) dla celów optymalnego ich projektowania,
 - » sekwestracji CO₂;
- projektowanie, realizacja i wdrażanie systemów baz danych dla potrzeb górnictwa naftowego.



Kierownik: dr Wiesław Szott
Adres: ul. Armii Krajowej 3, 38-400 Krosno
Telefon: 13 436-89-41 w. 5104
Faks: 13 436-79-71
E-mail: wieslaw.szott@inig.pl

