

Dariusz Cebulski
Instytut Nafty i Gazu, Kraków

Paweł Madejski
AGH w Krakowie, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Analiza związków prędkości propagacji fal sprężystych z przestrzenią porową skały odzwierciedloną w obrazie 3D

Wstęp

Poszukiwania relacji pomiędzy porowatością a sprężystymi właściwościami ośrodków porowatych stanowią istotny problem w zagadnieniach geofizyki i geologii. Zrozumienie oraz poprawne określenie związku pomiędzy skałą, przestrzenią porową i płynami je nasycającymi mają

bezpośredni wpływ na polepszenie jakości otrzymywanych wyników interpretacji. Wyrażenia opisujące relacje pomiędzy modułami sprężystymi a porowatością, ściśliwością płynu zawartego w porach i sposobem jego rozmieszczenia dają podstawę do oceny właściwości zbiornikowych złoża.

Badania mikrotomograficzne (micro-CT)

Badania mikrotomograficzne umożliwiły wizualizację struktury porowej testowanych prób. Charakterystyka porowatości oparta była na podziale wielkości porów na klasy. Klasy zostały wyróżnione na podstawie kryterium objętości, jakie tworzyły poszczególne pory. Wydzielono 6 klas objętościowych (tablica 1). W skład poszczególnych klas wchodziły pory o objętości z danego przedziału, połączone ze sobą i nieskomunikowane z innymi porami. Podział klas wykonano według skali logarytmicznej [1, 5].

Wizualizacja 3D obrazów poszczególnych klas pozwoliła na ukazanie, jaki był rozkład porów w objętości skały, ich kształt oraz charakter połączeń. Łączne przedstawienie

wszystkich klas umożliwiło jakościową ocenę wewnętrznej struktury skały.

Na podstawie wydzielonych klas wykonano wykresy pozwalające na ilościowy opis otrzymanych wyników. Pierwszy z wykresów, zatytułowany jako *ilość podgrup*, obrazował ilość poszczególnych podgrup w danej klasie objętości. Pozwoliło to ocenić zróżnicowanie danej klasy. Drugi wykres: *udział klasy w objętości*, dostarczył informacji na temat udziału procentowego danej klasy w objętości całej próby. Na rysunkach 1–8 zostały zamieszczone analizy obrazów klas oraz wykresy prób uwzględnionych w opracowaniu modeli akustycznych.

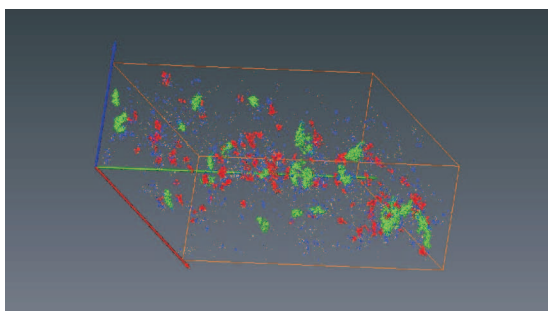
Tablica 1. Sposób oznaczenia objętości klas porów

Objętość poru [woksel]	1-9	10-99	100-999	1000-9999	10000-99999	> 100000
Objętość poru [μm^3]	$2 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^3 \div 2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4 \div 2 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5 \div 2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6 \div 2 \cdot 10^7$	$> 2 \cdot 10^7$
Klasa	I	II	III	IV	V	VI
Kolor	żółty	niebieski	czerwony	zielony	biały	fioletowy

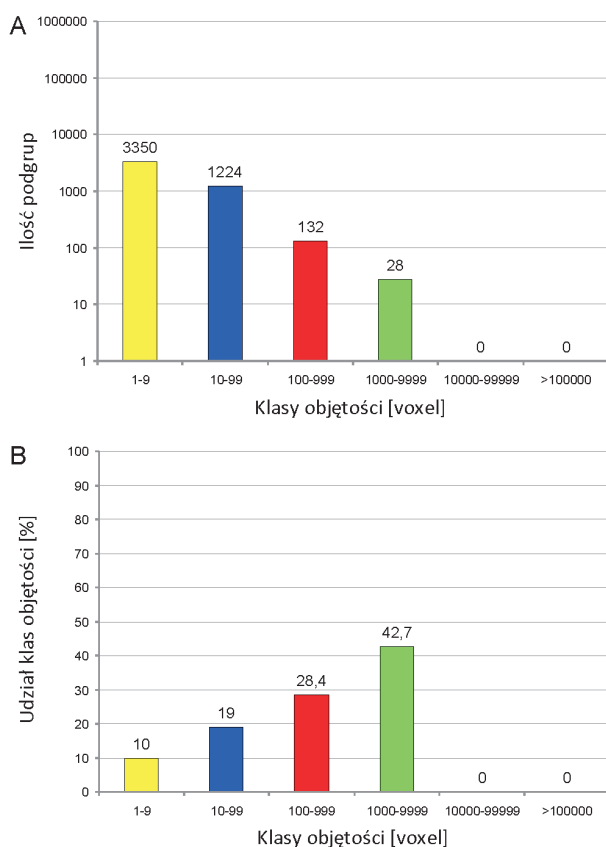
Wędrzyn-5

- Próbka nr 10064
- Porowatość NMR całkowita – 18,37%

Dla próbki nr 10064 wyznaczona porowatość z analizy rezonansu magnetycznego wyniosła 18,37%. Cała przestrzeń porowa była równomiernie rozłożona w obrębie badanej próbki (rysunek 1). Przestrzeń porową tworzyły pory zaliczane do klas wielkości od I do IV. Największy udział w całkowitej porowatości miały pory klasy IV (1000÷9999 wokseli – rysunek 2).



Rys. 1. Wizualizacja 3D przestrzeni porowej próbki nr 10064 z podziałem na klasy, wykonana metodą mikrotomografii rentgenowskiej (μ -CT)

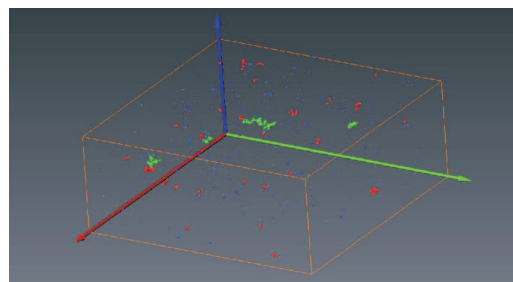


Rys. 2. Analiza złożoności oraz udziału klas przestrzeni porowej próbki nr 10064: A – ilość podgrup w poszczególnych klasach objętości, B – udział procentowy poszczególnych klas objętości w porowatości całkowitej

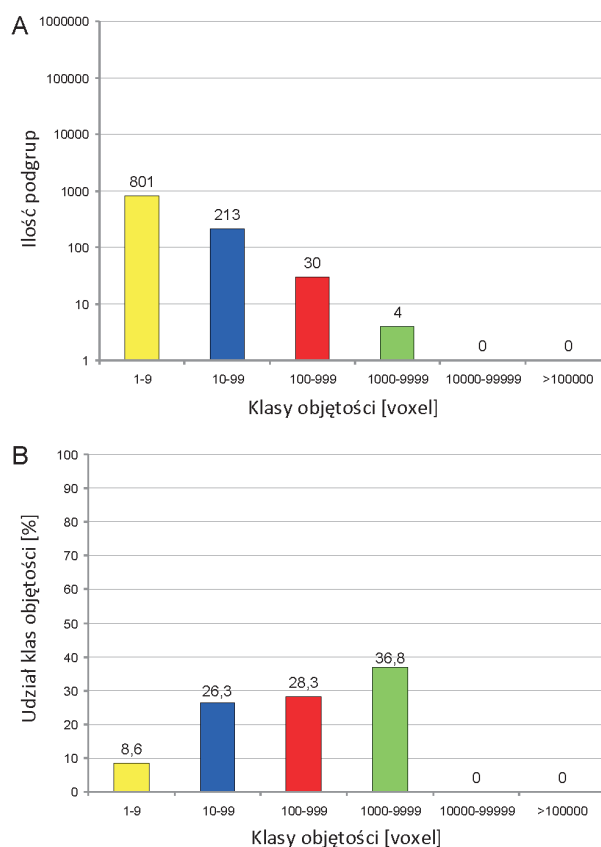
Wędrzyn-5

- Próbka nr 10070
- Porowatość NMR całkowita – 6,92%

Próbka nr 10070 reprezentowała niską porowatość ($Kp_{NMR} = 6,92\%$), co zostało zobrazowane na rysunku 3. W przestrzeni porowej tej próby wydzielono 4 klasy objętościowe, z których najliczniejszą stanowiła I klasa, ale jej udział w całej objętości porów wynosił 8,6%. Największy procentowy udział w przestrzeni porowej miała klasa IV (36,8%). Klasę IV reprezentowały tylko cztery podgrupy porów, których objętość przewyższała 1000 wokseli. Pod



Rys. 3. Wizualizacja 3D przestrzeni porowej próbki nr 10070 z podziałem na klasy, wykonana metodą mikrotomografii rentgenowskiej (μ -CT)



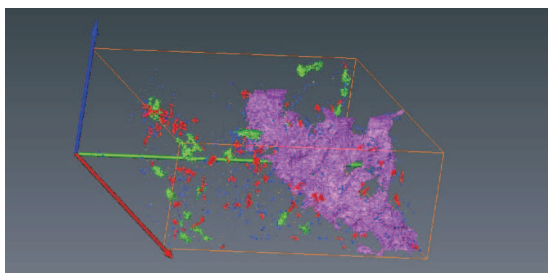
Rys. 4. Analiza złożoności oraz udziału klas przestrzeni porowej próbki nr 10070: A – ilość podgrup w poszczególnych klasach objętości, B – udział procentowy poszczególnych klas objętości w porowatości całkowitej

względem udziału procentowego podobnie wypadły klasy II i III (ok. 26 i 28%) – rysunek 4.

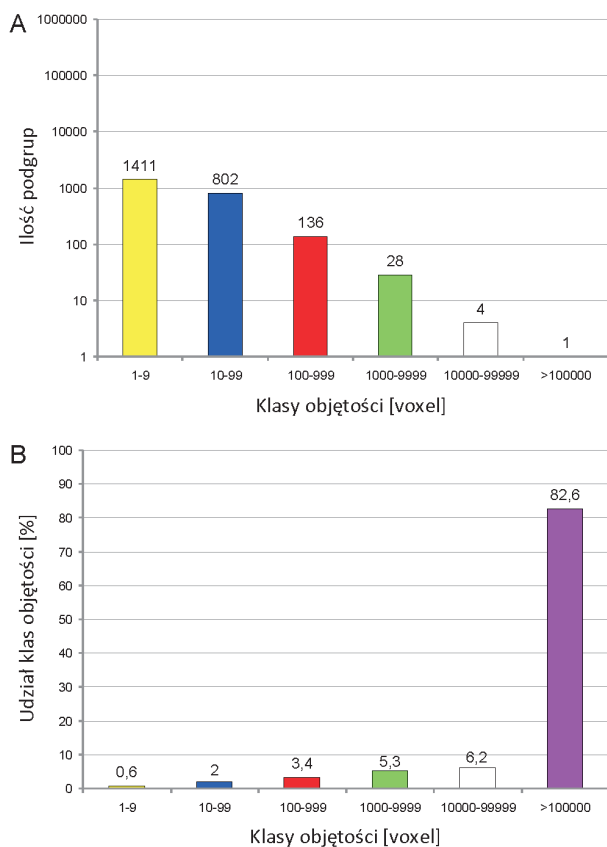
Kamień Mały-1k

- Próbka nr 9586
- Porowatość NMR całkowita – 26,48%

Próba nr 9586 to przykład próbki o wysokiej porowatości ($K_{p_{NMR}} = 26,48\%$). Obraz mikrotomograficzny (rysunek 5) pozwolił wydzielić sześć klas objętościowych, z których dominującą pod względem udziału procentowego w całej objętości porów była klasa VI – pojedynczy por



Rys. 5. Wizualizacja 3D przestrzeni porowej próbki nr 9586 z podziałem na klasy, wykonana metodą mikrotomografii rentgenowskiej (μ -CT)



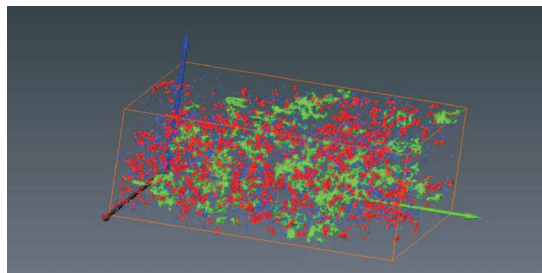
Rys. 6. Analiza złożoności oraz udziału klas przestrzeni porowej próbki nr 9586: A – ilość podgrup w poszczególnych klasach objętości, B – udział procentowy poszczególnych klas objętości w porowatości całkowitej

o wielkości powyżej 100 000 wokseli stanowił 82,6-procentowy udział w całej objętości (rysunek 6).

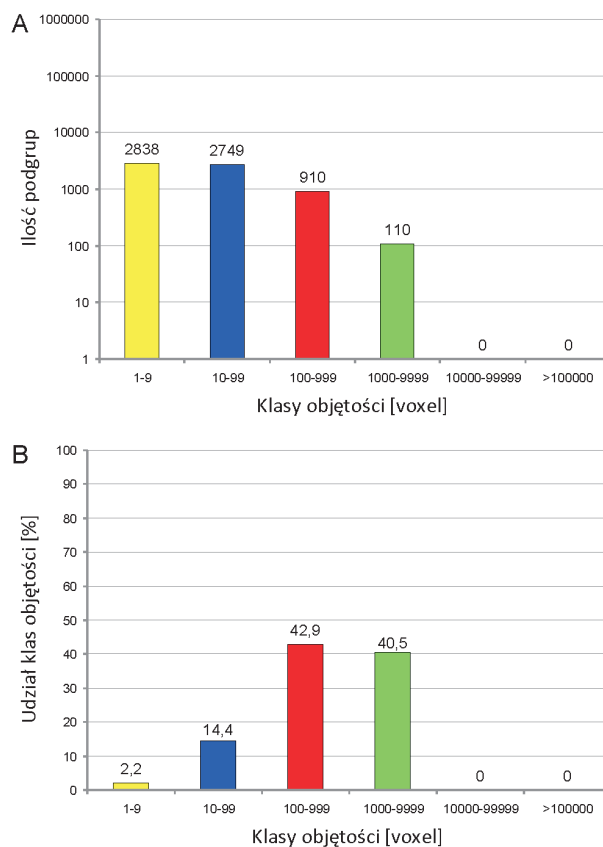
Czarna Wieś-7

- Próbka nr 9896
- Porowatość NMR całkowita – 14,72%

Próba nr 9896 stanowiła przykład piaskowca o średniej wielkości i równomiernie rozłożonej porowatości ($K_{p_{NMR}} = 14,72\%$) – rysunek 7. Pod względem udziału procentowego dominowały klasy III i IV, przy czym nieco większy udział wykazywała klasa III – rysunek 8.



Rys. 7. Wizualizacja 3D przestrzeni porowej próbki nr 9896 z podziałem na klasy, wykonana metodą mikrotomografii rentgenowskiej (μ -CT)



Rys. 8. Analiza złożoności oraz udziału klas przestrzeni porowej próbki nr 9896: A – ilość podgrup w poszczególnych klasach objętości, B – udział procentowy poszczególnych klas objętości w porowatości całkowitej

Analiza związków prędkości propagacji fal sprężystych z obrazem przestrzeni porowej

Właściwości porowatych ośrodków skalnych zależą przede wszystkim od morfologii przestrzeni porowej i fazy stałej. Istotne aspekty struktury skalnej to: porowatość, kształt i wielkość porów oraz rodzaj i częstotliwość połączeń między porami a matrycą skały. Te cechy opisuje morfologia skał. Do pełnego zdefiniowania właściwości mikrostruktury wymagany jest dokładny opis ilościowy struktury wypełnionej przez medium i określenie sieci trójwymiarowej, na której można byłoby obliczać właściwości mechaniczne [1].

Do opracowania modelu rozptyłu fali akustycznej w materiale porowym wykorzystano obrazy zarejestrowane za pomocą mikrotomografu rentgenowskiego dla następujących próbek:

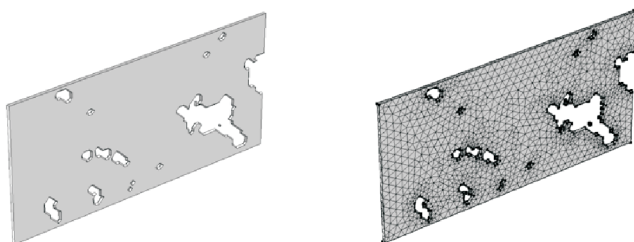
- nr 9896 – piaskowiec czerwonego spągowca (oznaczenie modelu jako 0),
- nr 10070 – dolomit dolomitu głównego (oznaczenie modelu jako 1),
- nr 10064 – dolomit dolomitu głównego (oznaczenie modelu jako 2),
- nr 9586 – dolomit dolomitu głównego (oznaczenie modelu jako 3).

Próbki zostały wybrane według współczynnika porowatości tak, aby reprezentowały całkowity zakres prób, dla których wykonano testy laboratoryjne. Próby przyjęte do modelowania przedstawiają niską, średnią i wysoką porowatość.

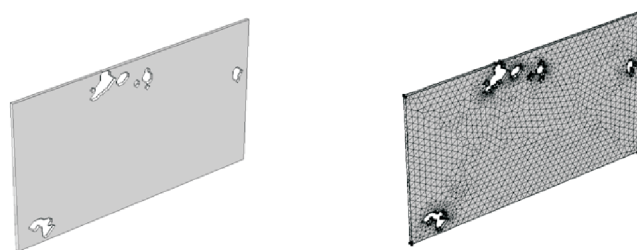
Dane wejściowe do obliczeń

Obrazy otrzymane z badań mikrotomograficznych zostały zrekonstruowane i przetworzone do wizualizacji 3D w programie Avizo. Ze względu na zróżnicowaną wielkość badanych próbek znormalizowano wielkość obrazu 3D do wymiarów $500 \times 500 \times 200$ wokseli. Kolejnym etapem przetwarzania był eksport geometrii trójwymiarowej do formatu .RAW, przedstawiającego zbinaryzowany obraz przestrzeni porowej i struktury skały. Pliki typu .RAW zostały zaimportowane w programie ScanIP, służącym do generowania i dyskretyzacji geometrii do postaci siatki odwzorowującej badaną próbkę. W programie ScanIP dokonano zmniejszenia wielkości analizowanego obszaru do elementu dwuwymiarowego w taki sposób, aby zachowana była wartość porowatości każdej próbki zgodnie z wynikami eksperymentu laboratoryjnego (porowatość NMR) [5].

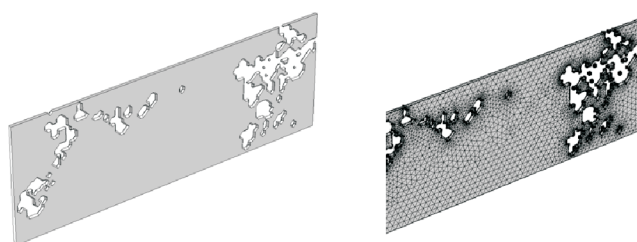
Przygotowane przekroje dwuwymiarowe zostały wyeksportowane w formacie .stl, możliwym do zaimportowania przez program COMSOL. Na rysunkach 9–12 zostały zaprezentowane geometrie oraz odpowiadające im siatki.



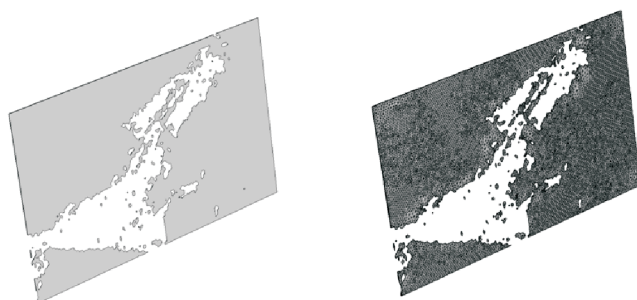
Rys. 9. Geometria przekroju próbki nr 9896 oraz jego siatka numeryczna wykorzystana w obliczeniach modelu nr 0



Rys. 10. Geometria przekroju próbki nr 10070 oraz jego siatka numeryczna wykorzystana w obliczeniach modelu nr 1



Rys. 11. Geometria przekroju próbki nr 10064 oraz jego siatka numeryczna wykorzystana w obliczeniach modelu nr 2



Rys. 12. Geometria przekroju próbki nr 9586 oraz jego siatka numeryczna wykorzystana w obliczeniach modelu nr 3

Wymiary powierzchni wydzielonych do modelowania zostały przeskalowane ze względu na częstotliwość generowanej fali. Wartość częstotliwości utrzymana została na poziomie 1 MHz, co odpowiadało częstotliwości sygnału użytego w doświadczeniu. Zależność wielkości elementu wygenerowanej siatki od częstotliwości opisuje poniższy wzór [2]:

$$f = c / (h \cdot N) \quad (2)$$

gdzie:

- f – częstotliwość sygnału [MHz],
- c – prędkość rozchodzenia się fali akustycznej w strukturze [m/s],
- h – wielkość elementu siatki [m],
- N – ilość elementów przypadająca na długość fali.

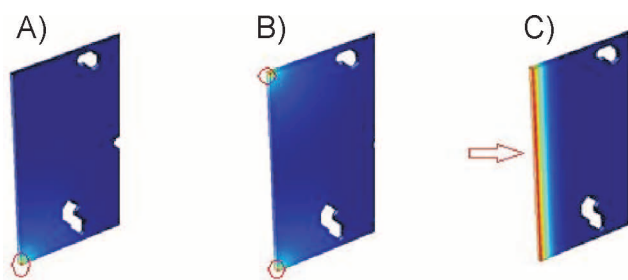
W tabelicy 2 zestawiono charakterystyczne wartości wszystkich modeli.

Tabela 2. Parametry analizowanych modeli

Nr modelu	Wymiary modelu, długość × szerokość [cm × cm]	Pole powierzchni modelu [cm ²]	Ilość elementów siatki	Porowatość modelu [%]	Porowatość doświadczalna [%]
0	0,96 × 0,48	0,41	7 639	11,2	14,72
1	1,42 × 0,84	1,19	9 508	7,08	6,97
2	0,96 × 0,34	0,27	45 222	16,86	18,37
3	2,39 × 1,39	2,54	66 452	23,63	26,48

Model

Obliczenia przeprowadzono w pakiecie Comsol z wykorzystaniem modułu analizy ciśnienia akustycznego fali [2, 3]. Fala akustyczna generowana była punktowo oraz na krawędzi, w celu odwzorowania efektu, jaki powstaje w trakcie badań ultradźwiękowych w doświadczeniu laboratoryjnym. Sposoby wzbudzenia fali przedstawia rysunek 13.



Rys. 13. Sposoby wzbudzenia fali akustycznej: A) jeden punkt, B) dwa punkty, C) krawędź

Analizowane przykłady dotyczyły dwóch różnych skał: piaskowca (model 0) i dolomitu (modele 1–3). Definiowane parametry materiałów w modelu przyjęto według danych tablicowych, zakładając, że dany materiał odpowiada szkieletowi skalnemu:

- piaskowiec (kwarc):
 - gęstość: 2650 kg/m³,

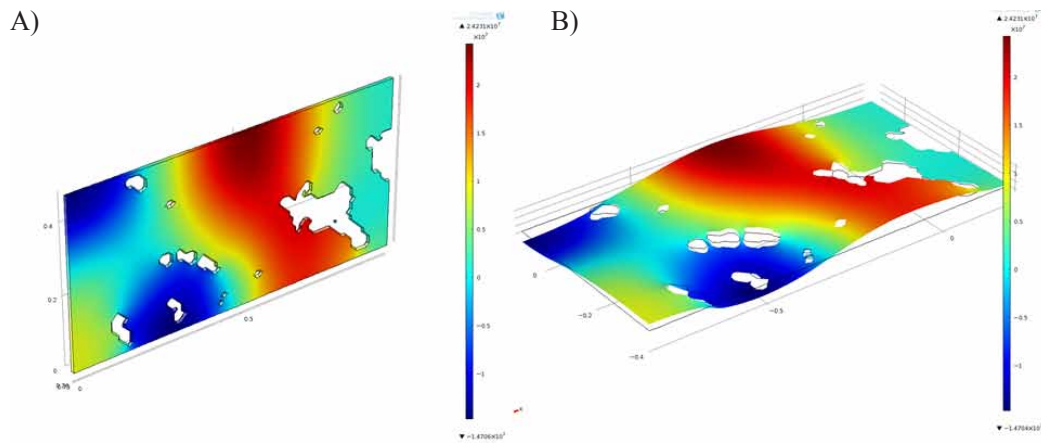
- prędkość rozchodzenia się fali sprężystej: 6635 m/s,
- dolomit:
 - gęstość: 2860 kg/m³,
 - prędkość rozchodzenia się fali sprężystej: 7370 m/s [4].

Wynikiem obliczeń prowadzonych dla tak zdefiniowanych modeli jest rozkład fali akustycznej w czasie. Sposób rozchodzenia się fali akustycznej zdeterminowany był przez geometrię matrycy skały i współczynnik porowatości. W celu wyznaczenia prędkości rozchodzenia się fali, w tak zdefiniowanych morfologiach skały, wyznaczono w modelu czas przejścia fali przez próbkę o zadanej długości. Na rysunkach 14–21 przedstawiono wyniki dla różnych prób i jednopunktowego wzbudzenia fali.

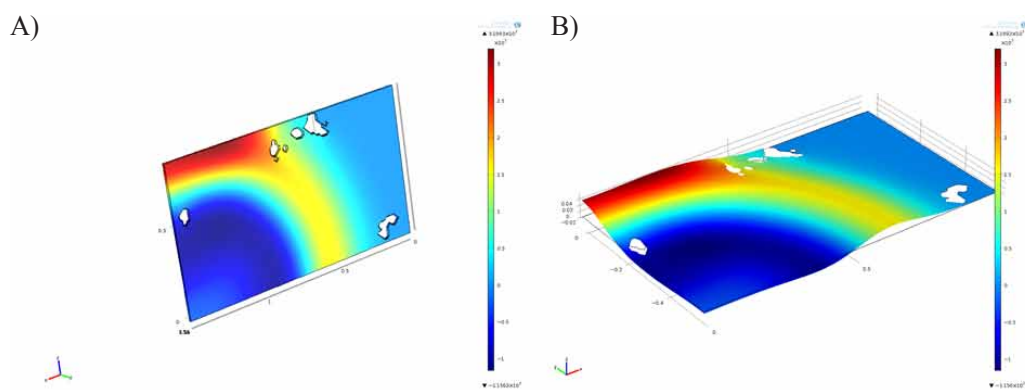
Na podstawie wyników symulacji, w których impuls fali generowany był punktowo, wyznaczono czas przejścia fali oraz jej średnią prędkość. Wyniki zestawiono w tabelicy 3.

Tabela 3. Zestawienie wyników prędkości propagacji fali w modelu z wynikami doświadczalnymi

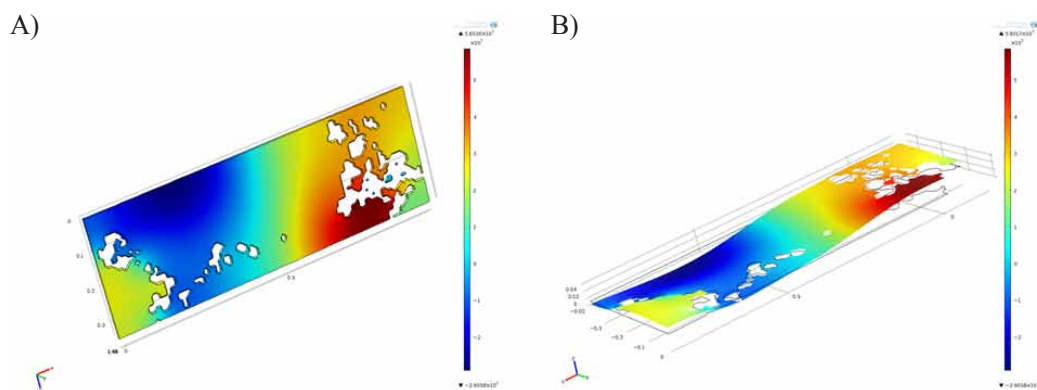
Nr modelu	Droga przejścia fali [cm]	Czas przejścia fali [μs]	Średnia prędkość fali w modelu [m/s]	Średnia prędkość fali w doświadczeniu [m/s]
0	0,96	2,1	4845	3019
1	1,42	2,3	6173	5874
2	0,96	2,0	4800	4431
3	2,39	4,85	4686	4260



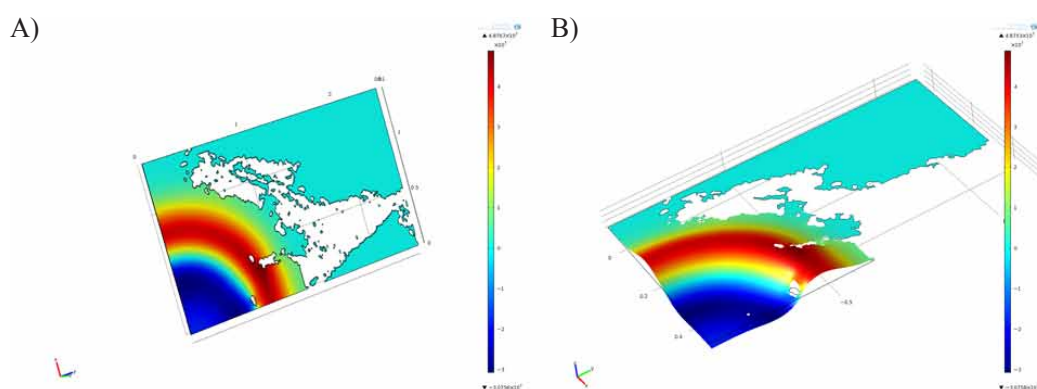
Rys. 14. Rozkład ciśnienia akustycznego dla modelu 0 w chwili $t = 2,1 \mu\text{s}$: A) rozkład na płaszczyźnie, B) wizualizacja przebiegu



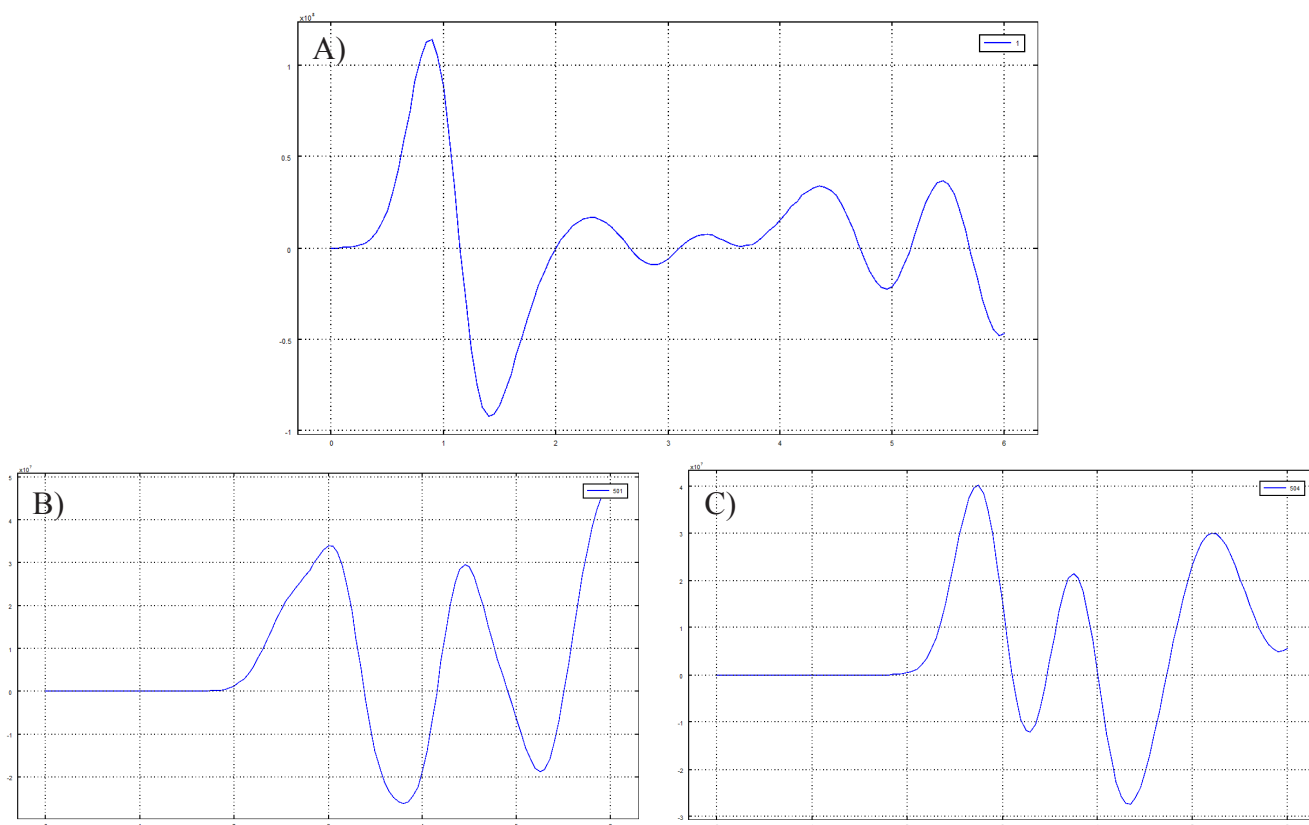
Rys. 15. Rozkład ciśnienia akustycznego dla modelu 1 w chwili $t = 2,1 \mu\text{s}$: A) rozkład na płaszczyźnie, B) wizualizacja przebiegu



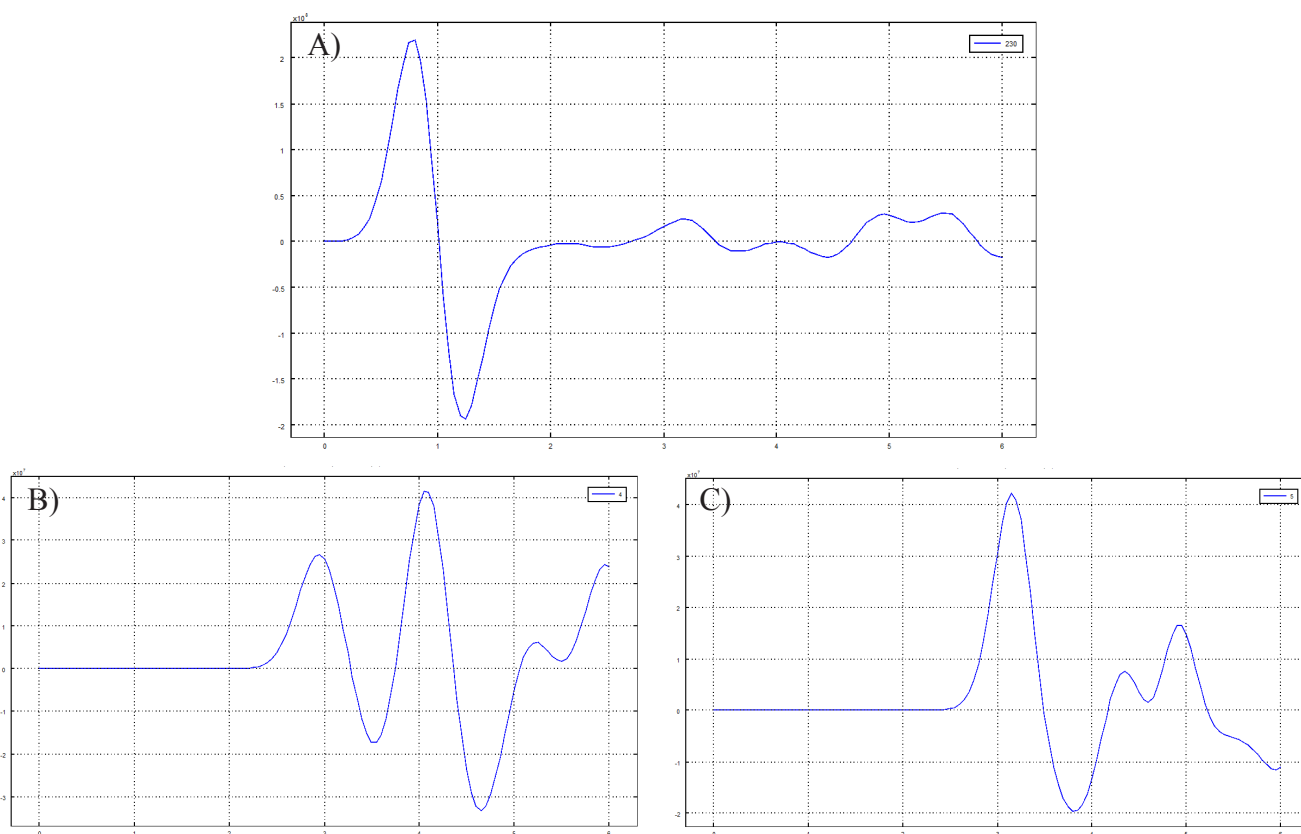
Rys. 16. Rozkład ciśnienia akustycznego dla modelu 2 w chwili $t = 2,1 \mu\text{s}$: A) rozkład na płaszczyźnie, B) wizualizacja przebiegu



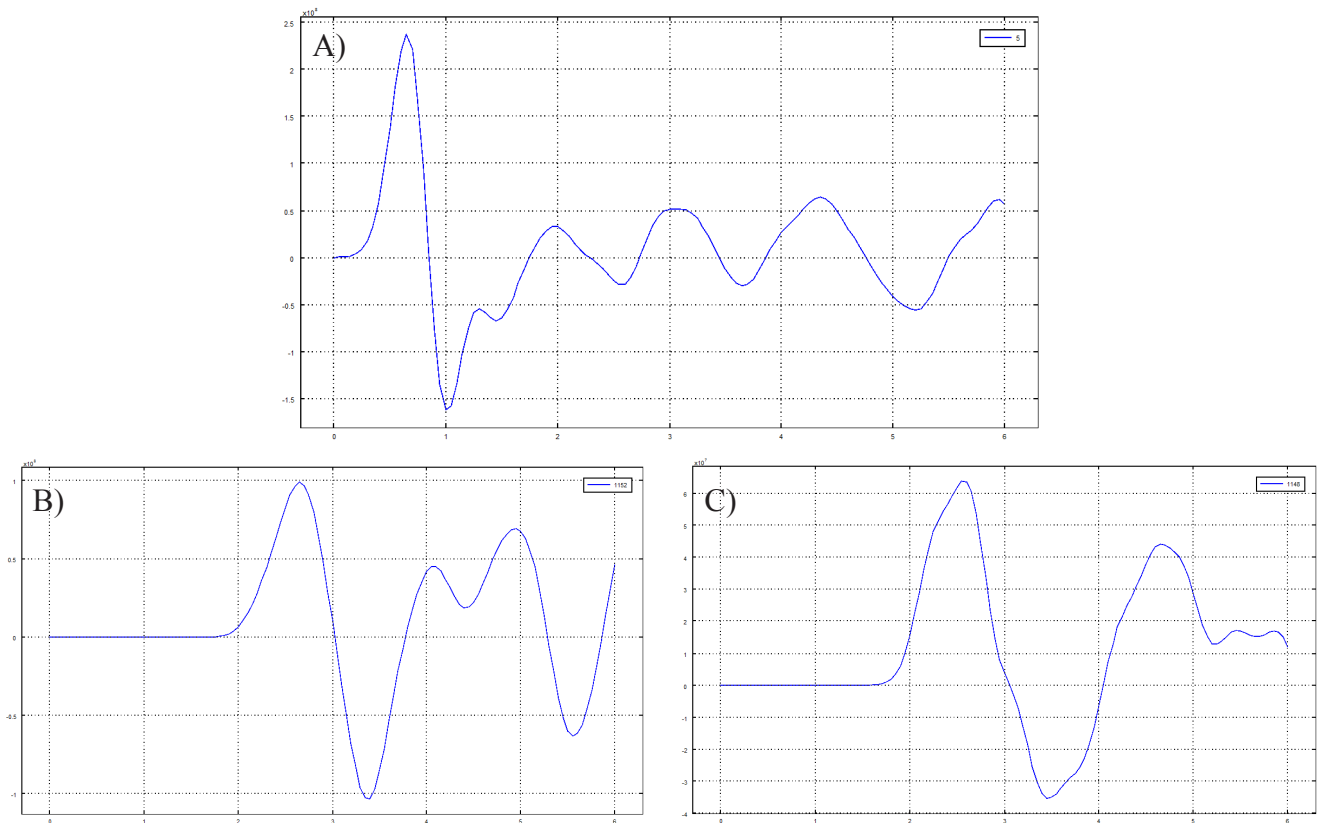
Rys. 17. Rozkład ciśnienia akustycznego dla modelu 3 w chwili $t = 2,1 \mu\text{s}$: A) rozkład na płaszczyźnie, B) wizualizacja przebiegu



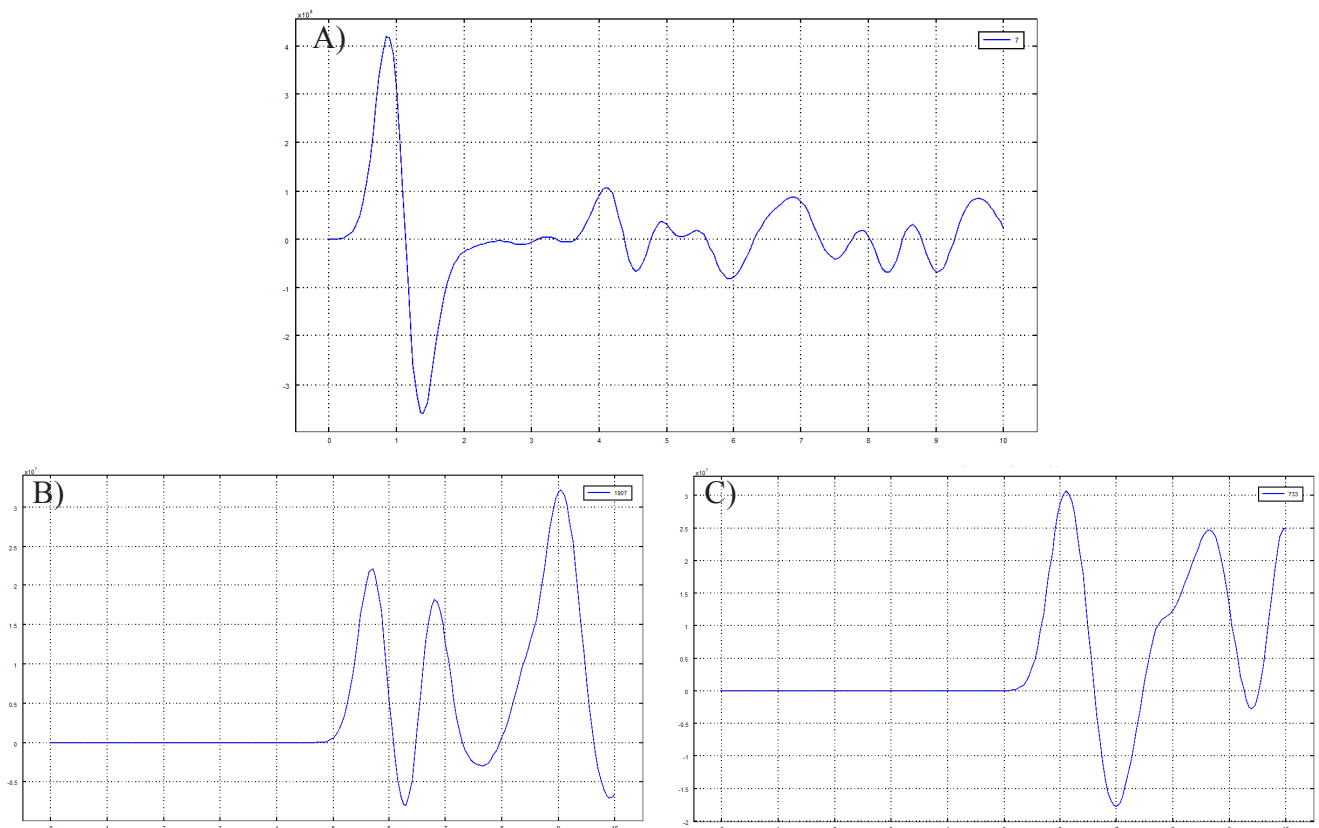
Rys. 18. Przebieg fali akustycznej w czasie wyznaczony dla modelu nr 0: A) fala wymuszająca zarejestrowana w punkcie wzbudzenia, B) i C) fala zarejestrowana w przeciwnych punktach, na końcach siatki badanego przekroju



Rys. 19. Przebieg fali akustycznej w czasie wyznaczony dla modelu nr 1: A) fala wymuszająca zarejestrowana w punkcie wzbudzenia, B) i C) fala zarejestrowana w przeciwnych punktach, na końcach siatki badanego przekroju



Rys. 20. Przebieg fali akustycznej w czasie wyznaczony dla modelu nr 2: A) fala wymuszająca zarejestrowana w punkcie wzbudzenia, B) i C) fala zarejestrowana w przeciwnych punktach, na końcach siatki badanego przekroju



Rys. 21. Przebieg fali akustycznej w czasie wyznaczony dla modelu nr 3: A) fala wymuszająca zarejestrowana w punkcie wzbudzenia, B) i C) fala zarejestrowana w przeciwnych punktach, na końcach siatki badanego przekroju

Wnioski

Wykonano analizy rozchodzenia się fal ultradźwiękowych w trzech próbach dolomitów oraz jednej piaskowca. W części eksperymentalnej analizowane próby zostały przeskanowane za pomocą rentgenowskiego mikrotomografu, w celu dokładnego wyznaczenia morfologii wewnętrznej struktury skał. W ten sposób wyznaczono wewnętrzne rozmieszczenie pustek w macierzy skalnej. W modelach użyto przekroje odzwierciedlające dwuwymiarową płaszczyznę z zachowaniem proporcji struktury porowatej badanej próby.

W eksperymencie z użyciem testera ultradźwiękowego wyznaczono czas rozchodzenia się fali, w celu określenia jej średniej prędkości w danym ośrodku. Widoczne jest zróżnicowanie wartości tych prędkości w stosunku do współczynnika porowatości analizowanego materiału.

Do części modelowej wybrane zostały reprezentatywne próby charakteryzujące zróżnicowanie wartości średniej prędkości. Celem wykonania modelu było obliczenie prędkości przy bardzo dokładnym odwzorowaniu geometrii wewnętrznej struktury skały.

Dla najbardziej rzeczywistego modelu (punktowe źródło fali) przeprowadzono obliczenia średniej prędkości. Modelowanie pozwoliło na wyznaczenie rozkładu ciśnienia akustycznego w różnych chwilach czasowych oraz okre-

ślenie kierunków rozchodzenia się fali w skomplikowanej strukturze skalnej.

Analizowany model został uproszczony i potraktowany jako obiekt 2D – głównie ze względu na skomplikowaną geometrię. Wymagane było również zoptymalizowanie liczby elementów skończonych podczas wykonywania obliczeń dla stanów nieustalonych.

Wartości średnich prędkości fali otrzymane metodą modelowania komputerowego są większe od wartości uzyskanych doświadczalnie, a rozbieżności otrzymanych wyników modelowych w porównaniu z eksperymentem mogą wynikać:

- z uproszczenia modelu, poprzez uwzględnienie samej macierzy skalnej materiału i modelowanie rozchodzenia się fali tylko w tym ośrodku,
- ze sposobu wyznaczania miejsca generowania się fali oraz jego rodzaju,
- z doboru miejsca, w którym obserwowano przybycie fali oraz wyznaczania czasu, jaki potrzebuje ona na pokonanie tej drogi.

Uzyskane wyniki wskazują na poprawność założeń przyjętych do stworzenia modelu, a wartości średniej prędkości fali są zdeterminowane współczynnikiem porowatości materiału i maleją wraz z jego wzrostem, co potwierdza przeprowadzony eksperyment.

Literatura

- [1] Arns Ch. H., Knackstedt M. A., Pieczewski W., Val, Garboczi E. J.: *Computation of linear elastic properties from microtomographic images: Methodology and agreement between theory and experiment*. „Journal of Geophysics”, Sept.-Oct. 2002, vol. 67, No. 5, s. 1396–1405.
- [2] Comsol Tutorial – <http://www.comsol.com/products/tutorials/>
- [3] Ke W., Chaki S.: *Finite element simulation of the critically refracted longitudinal wave in solid medium*. 10ème Congrès Français d’Acoustique, Lyon 12–16 Avril 2010.
- [4] Schön J. H.: *Physical properties of rocks. Fundamentals and Principles of Petrophysics*, Elsevier 2004.
- [5] Zalewska J., Poszytek A., Dohnalik M.: *Wizualizacja i analiza przestrzeni porowej piaskowców czerwonego spągowca metodą rentgenowskiej mikrotomografii komputerowej (micro-CT)*. Prace Instytutu Nafty i Gazu nr 161. Kraków 2009, s. 1–83.



Mgr inż. Dariusz CEBULSKI – absolwent Wydziału Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie, specjalność geofizyka. Obecnie pracuje w Zakładzie Geofizyki Wiertniczej Instytutu Nafty i Gazu w Krakowie. Zajmuje się badaniem petrofizycznych właściwości skał zbiornikowych.



Mgr inż. Paweł MADEJSKI – w 2009 r. ukończył studia na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Robotyki AGH w Krakowie. Obecnie jest doktorantem w Katedrze Systemów Energetycznych i Urządzeń Ochrony Środowiska AGH. Jego zainteresowania naukowe związane są z mechaniką płynów, wymianą ciepła oraz modelowaniem zjawisk przepływo-ciepłnych.