

Tadeusz Szpunar, Paweł Budak  
*Instytut Nafty i Gazu, Kraków*

## Ocena efektywności zabiegów stymulacyjnych w warstwach łupków

### Wstęp

Aktualny ostatnio temat gazu łupkowego skłonił autorów do przedstawienia wyników niektórych prac wykonanych w Instytucie Nafty i Gazu w ostatnich latach. Ocenia się, że skały ilaste – głównie łupki – stanowią 75% skał w przekroju geologicznym otworów wierconych w poszukiwaniu ropy i gazu. Gaz łupkowy jest to naturalny gaz ziemny zwarty w łupkach. W ostatnich dziesięcioleciach znacznie wzrosło zainteresowanie jego wydobyciem.

Ponieważ łupki mają bardzo małą przepuszczalność i niewielką porowatość, zatem przemysłowa eksploatacja zawartego w nich gazu nie jest możliwa bez dodatkowych zabiegów stymulacyjnych, w związku z czym zaliczane są one do niekonwencjonalnych złóż gazu, tak jak pokłady węgla kamiennego lub hydraty. Gaz ziemny występuje w łupkach powszechnie, natomiast prawdopodobieństwo jego opłacalnej eksploatacji bez zabiegów stymulacyjnych wykonywanych na dużą skalę jest bardzo niskie. Gaz z łupków, charakteryzujących się gęstą siecią szczelin, w niewielkiej skali eksploatowany jest od lat. Aktualne możliwości eksploatacji tego gazu wiąże się z rozwojem nowych technologii, to jest z możliwością wykonywania otworów poziomych o dużym zasięgu (nawet do 3000 m) oraz szczelinowania hydraulicznego. Zadaniem zarówno szczelinowania jak i otworu poziomego jest uzyskanie jak

największej powierzchni kontaktu ze złożem. W USA około 6% wydobywanego gazu pochodzi z łupków.

Łupki, które zawierają przemysłowe ilości gazu charakteryzują się dużą zawartością materii organicznej (0,25–25%) oraz wyższym naturalnym tłem promieniowania gamma, co często wiąże się z wyższą zawartością węgla organicznego. Mechanizm magazynowania gazu w łupkach jest złożony. Większość gazu magazynowana jest w naturalnej sieci szczelin oraz w porach, a mechanizm przepływu gazu w złożu jest identyczny jak w konwencjonalnych złożach porowatych. Pewna część gazu pozostaje absorbowana w postaci warstw molekuł na powierzchni materii organicznej i uwalniana w miarę spadku ciśnienia złożowego. Taki mechanizm magazynowania gazu jest identyczny jak w przypadku węgla kamiennego i został on dokładniej opisany w pracy [3].

Oprócz podwyższonej zawartości materii organicznej, łupki muszą mieć również odpowiednie parametry mechaniczne, aby można było w nich przeprowadzić zabieg szczelinowania i efektywnie podeprzeć szczelinę. W Polsce łupki występują powszechnie na Przedgórzu Karpat i na obszarze Niżu Polskiego – są to niejednokrotnie pakiety o miąższości tysięcy metrów. Podczas przewiercania łupków często można zaobserwować ślady gazu w płucce, świadczące o obecności w nich gazu.

### Metody oceny efektów zabiegów stymulacyjnych w łupkach

Ekonomicznie opłacalną eksploatację gazu z łupków można uzyskać jedynie po przeprowadzeniu skomplikowanych zabiegów stymulacyjnych, których celem jest zapewnienie dobrego kontaktu hydrodynamicznego ze

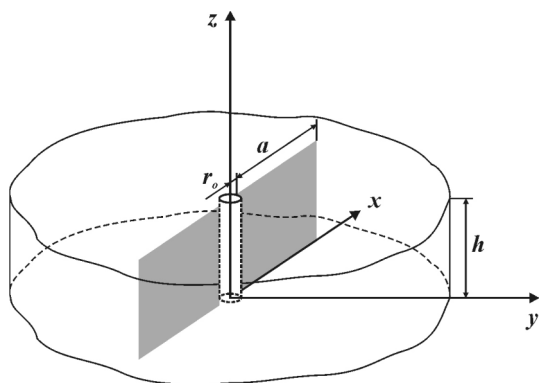
złożem na jak największej powierzchni. Do zabiegów stymulacyjnych należy przede wszystkim szczelinowanie, które przeprowadza się na dużą skalę w celu uzyskania jak największej powierzchni podpartej szczeliny. Ponieważ,

z uwagi na przepuszczalność materiału podszkawkowego, ciśnienie w podparłej szczelinie praktycznie równe jest ciśnieniu w otworze, zatem wywierana depresja obejmuje znaczną objętość złoża – umożliwiając spływ gazu do szczeliny i odwiertu w ilości uzasadniającej opłacalną eksploatację.

Ponieważ łupki stanowią większość skał w przekroju litologicznym otworu, zatem w pewnych rejonach geologicznych zabieg szczelinowania wykonywany będzie na rozmaitych głębokościach, co wiązać się może z powstawaniem zarówno szczelin poziomych, jak i pionowych. Generalnie przyjmuje się, że na głębokościach większych od 1000 m powstają wyłącznie szczeliny pionowe, natomiast na niewielkich głębokościach dominują szczeliny poziome – co ma istotne znaczenie, gdyż w obydwu przypadkach inny jest kształt szczelin i inna geometria linii prądu przy przepływie gazu oraz inne efekty zabiegu. W pracy podane zostaną założenia i wzory użytkowe służące do interpretacji badań hydrodynamicznych w odwiertach ze szczeliną pionową (A), szczeliną poziomą (B) oraz w poziomym odwiercie udostępniającym złożo (C), jak również podane zostaną zależności umożliwiające określenie efektów zabiegu, przez podanie wielkości stosunku wydobywania gazu w stanie pseudoustalonym przed i po zabiegu, przy założonej depresji.

**Odwierty ze szczeliną pionową (A)**

W pracy [7] i [8] rozważano przypadek szczeliny pionowej o długości  $2a$ , wykonanej w złożu jednorodnym o stałej miąższości  $h$ , przepuszczalności  $k$  oraz porowatości  $\phi$ . Szczelinę usytuowano symetrycznie względem osi odwiertu, a jej wysokość równa była miąższości złoża (rysunek 1).



Rys. 1. Odwiert pionowy ze szczeliną pionową

Szczelinę prostokątną o wymiarach  $2a$  i  $h$  traktowano jako zbiór punktów o stałej gęstości  $q$  wydajności źródeł.

Wydobycie z całej szczeliny  $Q_s$ , będące sumą wydajności wszystkich źródeł, wynosi  $Q_s = 2ahq$ . Zagadnienie dopływu do szczeliny traktowano jako problem płaski, to znaczy przyjmowano, że ciśnienie  $p$  (podobnie jak prędkość  $v$  cząsteczek płynu) jest jedynie funkcją współrzędnych  $y$  i  $x$ . Równanie opisujące zmiany ciśnienia  $p$  w ośrodku porowatym przy przepływie gazu ma postać [2]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \quad (1)$$

gdzie ciśnienie  $p$  zastąpiono pseudociśnieniem  $m(p)$ , zdefiniowanym wzorem:

$$m(p) = 2 \int_{p_b}^p \frac{p dp}{\mu Z} \quad (2)$$

Przyjęto następujący warunek początkowy i brzegowy:

$$p = p_o \quad \text{dla } t = 0 \text{ i dla dowolnego punktu } P(x, y) \quad (3)$$

oraz

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p = p_o \quad \text{dla każdej chwili } t \geq 0 \quad (4)$$

W pracy [8] wykazano, że w przypadku przyływu gazu do odwiertu ze szczeliną pionową ze stałą wydajnością  $Q_N$ , dla krótkich czasów przyływu i dla  $t$  spełniającego warunek:

$$t[\text{min}] \leq 1,0416 \cdot 10^4 \frac{\phi \mu c a^2}{k} \quad (5)$$

równanie opisujące zmiany ciśnienia gazu w funkcji czasu ma postać:

$$m(p_o) - m(p_{dr}(t)) = 0,799 \frac{Q_N T}{ah} \sqrt{\frac{1}{\phi k (\mu c)_p}} \times \left( \sqrt{t} + 230,3a \sqrt{\frac{\phi (\mu c)_p S}{k}} \right) \quad (6)$$

natomiast równanie opisujące odbudowę ciśnienia po zamknięciu odwiertu ma postać:

$$m(p_o) - m(p_{odb}(t)) = 0,799 \frac{Q_N T}{ah} \sqrt{\frac{1}{\phi k (\mu c)_p}} \times \left( \sqrt{t_z + \Delta t} - \sqrt{\Delta t} \right) \quad (7)$$

Gdy zasięg szczeliny  $a$  jest duży, a przepuszczalność złoża bardzo mała – jak ma to miejsce w przypadku łupków – to czas obowiązywania wzorów (5) i (6) może być wystarczająco długi. Przykładowo, przyjmując porowatość  $\phi = 0,01$ , iloczyn lepkości i ściśliwości  $(\mu c)_p = 5,3 \cdot 10^{-5}$  cP/MPa,  $a = 50$  m,  $k = 0,01$  mD oraz  $h = 15$  m, to ze wzoru

(5) wynika, że zależności (6) i (7) obowiązywać będą dla  $t \leq 1380$  minut, czyli przez 23 godziny. Wzory (6) i (7) służą do interpretacji testów otworowych w odwiercie ze szczeliną pionową, to jest do określenia przepuszczalności złoża (łupków) gdy zasięg szczeliny  $a$  jest znany, lub umożliwiając określenie zasięgu szczeliny  $a$  gdy przepuszczalność jest znana z innych źródeł. W przemyśle na ogół rezygnuje się z korzystania z bardziej poprawnych teoretycznie pseudociśnień, na rzecz ciśnień – w takim przypadku zależności (6) i (7) przyjmują postać:

$$p_o^2 - p_{dr}^2(t) = 0,0253 \frac{Q_N \mu Z T}{ah} \sqrt{\frac{1}{\phi k (\mu c)_p}} \times \left( \sqrt{t} + 72,85a \sqrt{\frac{\phi (\mu c)_p S}{k}} \right) \quad (8)$$

oraz

$$p_o^2 - p_{odb}^2(t) = 0,0253 \frac{Q_N \mu Z T}{ah} \sqrt{\frac{1}{\phi k (\mu c)_p}} \times \left( \sqrt{t_z + \Delta t} - \sqrt{\Delta t} \right) \quad (9)$$

We wzorach (8) i (9) ciśnienie wyrażono w MPa.

W pracy [7] i [8] wykazano, że dla pseudoustalonego stanu przepływu gazu do odwiertu zachodzi związek:

$$\frac{Q_s}{Q_o} = \frac{\ln \frac{r_e}{r_o} \sqrt{e} (p_o - p_{dr})}{\ln \frac{r_e}{a} \sqrt{e} (p_o - p_{dr})} \quad (10)$$

gdzie:

$Q_s$  – wydobyte z odwiertu ze szczeliną w stanie pseudoustalonym,

$Q_o$  – wydobyte z odwiertu bez szczeliny w stanie pseudoustalonym,

$r_o$  – promień drenażu odwiertu,

$p_o$  – ciśnienie złożowe,

$p_{dr}$  – ciśnienie denne ruchowe,

$e$  – podstawa logarytmu naturalnego,

$a$  – zasięg szczeliny.

Ze wzoru (10) wynika, że przy tej samej wielkości depresji w odwiercie, w pseudoustalonym stanie dopływu wykonanie szczeliny pionowej o długości  $2a$  w przybliżeniu równoważne jest (jeżeli idzie o wzrost wydobywania) powiększeniu promienia odwiertu do wielkości  $(a/e)$ .

W literaturze znany jest również wzór Pratsa, według którego

$$\frac{Q_s}{Q_o} = \frac{\ln \frac{r_e}{r_o} (p_o - p_{dr})}{\ln \frac{r_e}{a} (p_o - p_{dr})} \quad (11)$$

jednak uważa się, że daje on zbyt optymistyczne wyniki.

### Przykład nr 1

Z pokładu łupków o miąższości  $h = 80$  m, którego przepuszczalność określono wcześniej na podstawie badań laboratoryjnych jako równą  $k = 0,01$  mD, eksploatowano gaz z wydajnością  $10 \text{ Nm}^3/\text{min}$ . Z uwagi na niewielkie wydobywanie, wykonano zabieg hydraulicznego szczelinowania, w wyniku którego otrzymano szczelinę pionową o kształcie pokazanym na rysunku 1. Zasięg szczeliny  $a$  nie jest znany. Pozostałe dane są następujące: porowatość  $\phi = 0,01$ ,  $(\mu c)_p = 5,3 \cdot 10^{-4}$  cP/MPa,  $p_o = 15$  MPa,  $Z = 0,9$ ,  $T = 313$  K,  $\mu = 0,018$  cP,  $r_e = 400$  m. Po zabiegu uruchomiono wydobywanie gazu z wydajnością  $Q_N = 15 \text{ m}^3/\text{min}$  i rejestrowano zmiany ciśnienia dennego ruchowego  $p_{dr}$ . Wyniki pomiarów zestawiono w tabelcy 1:

Tabela 1

$p_{dr}$ [MPa]	$t$ [min]	$p_{dr}$ [MPa]	$t$ [min]
14,78	10	13,61	360
14,68	20	13,49	420
14,45	60	13,39	480
14,22	120	13,19	600
14,04	180	12,99	720
13,87	240	12,82	840
13,74	300	12,72	920

Z równania (8) wynika, że punkty zależności  $p_o^2 - p_{dr}^2(t)$  od  $\sqrt{t}$  powinny układać się wzdłuż linii prostej o nachyleniu

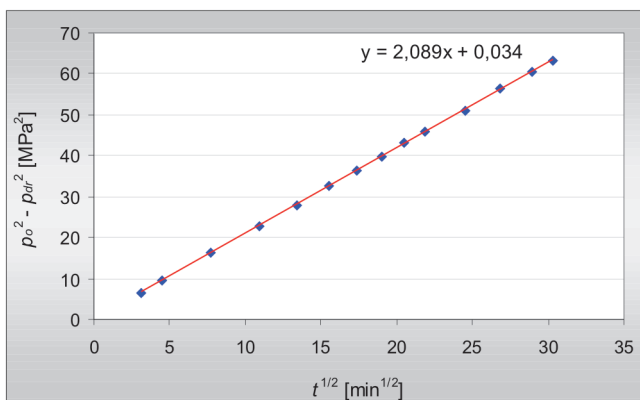
$$m = 0,0253 \frac{Q_N [\text{Nm}^3/\text{min}] \mu [\text{cP}] Z T [\text{K}]}{a [\text{m}] h [\text{m}]} \times \sqrt{\frac{1}{\phi k [\text{mD}] (\mu c)_p [\text{cP/MPa}]}} \quad (12)$$

Obliczone na podstawie powyższej tabeli wielkości  $p_o^2 - p_{dr}^2(t)$  oraz  $\sqrt{t}$  zestawiono w tabelcy 2.

Z przedstawionego na rysunku 2 wykresu zależności  $p_o^2 - p_{dr}^2(t)$  od  $\sqrt{t}$  wynika, że jego nachylenie ( $m$ ) prostej równe jest  $2,089 \text{ MPa}^2/\text{min}^{1/2}$ , a zatem ze wzoru (12) otrzymamy:

Tablica 2

$p_o^2 - p_{dr}^2(t)$ [MPa <sup>2</sup> ]	$\sqrt{t}$ [min <sup>1/2</sup> ]	$p_o^2 - p_{dr}^2(t)$ [MPa <sup>2</sup> ]	$\sqrt{t}$ [min <sup>1/2</sup> ]
6,55	3,16	39,76	18,97
9,50	4,47	43,02	20,49
16,20	7,75	45,70	21,91
22,80	10,95	51,02	24,49
28,02	13,42	56,26	26,83
32,6	15,49	60,65	28,98
36,2	17,32	63,20	30,33



Rys. 2. Wykres zależności  $p_o^2 - p_{dr}^2(t)$  od  $\sqrt{t}$

$$a = 0,0253 \frac{Q_N [\text{Nm}^3/\text{min}] \mu [\text{cP}] Z T [\text{K}]}{m [\text{MPa}^2/\text{min}^{1/2}] h [\text{m}]} \times \sqrt{\frac{1}{\phi k [\text{mD}] (\mu c)_p [\text{cP}/\text{MPa}]}} = 0,0253 \frac{(25)(0,018)(0,9)(313)}{(2,089)(80)} \times \sqrt{\frac{1}{(0,01)(0,01)(5,3)(10^{-4})}} \cong 50 \text{ m}$$

czyli zasięg  $a$  szczeliny równy jest około 50 m.

Teraz, znając  $a$ , należy sprawdzić czy korzystanie ze wzoru (8) do określenia  $a$  było uprawnione, czyli czy nie minął okres jego ważności, gdyż obowiązuje on dla  $t$  spełniającego warunek (5):

$$t [\text{min}] \leq 1,0416 \cdot 10^4 \frac{\phi \mu c a^2}{k} \leq 1,0416 \cdot 10^4 \times \frac{0,01 \cdot 5,3 \cdot 10^{-5} \cdot 50^2}{0,01} \leq 1380 \text{ minut, czyli 23 godziny}$$

Widzimy zatem, że korzystanie ze wzoru (8) było uzasadnione. Po uzyskaniu pseudoustalonego charakteru dopływu do odwiertu obowiązuje zależność (10), na podstawie której (przy założeniu utrzymania takiej samej

depresji jak dla odwiertu bez szczeliny) możemy w sposób przybliżony określić wielkość wydobycia z odwiertu ze szczeliną. Ze wzoru (10) otrzymamy:

$$\frac{Q_s}{Q_o} = \frac{\ln \frac{400}{0,108 \sqrt{2,7183}}}{\ln \frac{400}{\frac{50}{2,7813} \sqrt{2,7183}}} \cong 3$$

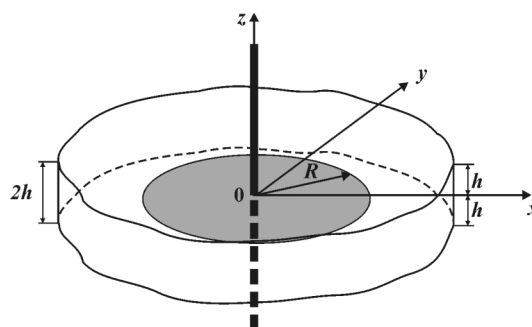
czyli w stanie pseudoustalonym – przy zachowaniu takiej samej depresji jak przy eksploatacji odwiertu bez szczeliny, którego wydajność równa była  $Q_o = 10 \text{ Nm}^3/\text{min}$  – wielkość wydobycia gazu z odwiertu ze szczeliną o zasięgu  $a = 50 \text{ m}$  będzie około 3 razy większa, czyli równa  $Q_s = 30 \text{ Nm}^3/\text{min}$ , a więc nadal mała.

### Odwierty ze szczeliną poziomą (B)

Stan naprężeń w otoczeniu odwiertu na małych głębokościach sprzyja powstawaniu szczelin poziomych. Istnienie szczeliny poziomej zmienia geometrię linii prądu w bezpośrednim otoczeniu odwiertu oraz charakter zależności ciśnienia dennego ruchowego od czasu. Zagadnienia te omówione zostały w pracach [4] i [5].

Rozpatrywano następujący przypadek: W odwiercie pionowym, przewiercającym poziomą, jednorodną warstwę porowatą o miąższości  $2h$ , przepuszczalności  $k$ , oraz porowatości  $\phi$ , w połowie grubości warstwy wykonano szczelinę poziomą o kształcie zbliżonym do koła (o nieznanym promieniu  $R$ ), którego środek leży w osi odwiertu (rysunek 3).

Założono, że:



Rys. 3. Poglądowy schemat szczeliny poziomej

- w chwili początkowej w złożu panuje niezaburzone ciśnienie złożowe  $p_o$ ,
- w chwili  $t = 0$  odwiert zaczyna produkować płyn złożowy ze stałą wydajnością  $Q$ ,
- w dużej odległości od odwiertu panuje pierwotne ciśnienie złożowe  $p_o$  dla każdego czasu  $t$ .

Każdy z punktów szczeliny poziomej traktowano jako źródło punktowe działające dla  $t > 0$ , jak również założono, że w przypadku sferycznego dopływu do źródła zlokalizowanego w punkcie  $P(\xi, \eta, \mu)$  ośrodka porowatego nieograniczonego, ciśnienie w tym ośrodku spełnia równanie:

$$\frac{\phi \cdot \mu \cdot c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla^2 p + \frac{\mu}{k} q(t') \delta(x - \xi) \delta(y - \eta) \delta(z - \mu) \quad (13)$$

gdzie źródło punktowe modelowane jest przy pomocy dystrybucji Diraca. W zapisie równania (13) uwzględniono warunek wynikający z prawa Darcy, który spełniać musi źródło punktowe o wydajności  $q(t')$ :

$$\lim_{r \rightarrow 0} r^2 \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{q\mu}{4\pi k} \quad (14)$$

gdzie:

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \mu)^2} \quad (15)$$

W pracy [4] i [5] wykazano, że dla

$$t \leq \frac{R^2 \phi \mu c}{16k} \quad (16)$$

pomijając oddziaływanie skin efektu, otrzymamy zależność wiążącą ciśnienie denne ruchowe z czasem przyływu (przy eksploatacji odwiertu ze szczeliną poziomą, ze stałą wydajnością gazu  $Q_N$ ):

$$\begin{aligned} p_o^2 [\text{MPa}^2] - p_{dr}^2 [\text{MPa}^2] &= \\ &= 0,0161 \frac{Q_N [\text{Nm}^3/\text{min}] \mu [\text{cP}] Z T [\text{K}]}{R^2 [\text{m}^2]} \times \\ &\times \sqrt{\frac{t [\text{min}]}{\mu [\text{cP}] \phi k [\text{mD}] c [1/\text{MPa}]} } \quad (17) \end{aligned}$$

Na podstawie wyników pracy [5] można wykazać, że po czasie nieskończenie długim, w przypadku górotworu o nieograniczonej rozciągłości we wszystkich kierunkach (co w praktyce odpowiada pokładom o dużej miąższości i długim czasom przyływu) zachodzi:

$$\begin{aligned} p_o^2 [\text{MPa}^2] - p_{dr}^2 [\text{MPa}^2] &= 1,843 \times \\ &\times \frac{Q_N [\text{Nm}^3/\text{min}] \mu [\text{cP}] Z T [\text{K}]}{R [\text{m}] k [\text{mD}]} \quad (18) \end{aligned}$$

a zatem znając wszystkie wielkości występujące w (18) możemy obliczyć wielkość wydobywania gazu w odwiercie ze szczeliną poziomą dla założonej wielkości depresji. Na podstawie wyników pracy [5] można również wykazać, że dla pseudoustalonego stanu przepływu słuszna jest zależność:

$$\frac{Q_s}{Q_o} = \frac{R}{h} \ln \frac{r_e}{r_o \sqrt{e}} \quad (19)$$

### Przykład (hipotetyczny) nr 2

W pokładzie łupków o miąższości  $h = 80$  m, których przepuszczalność określono laboratoryjnie jako równą 0,02 mD, wykonano szczelinę poziomą (mała głębokość) i przystąpiono do eksploatacji odwiertu z wydajnością 20 Nm<sup>3</sup>/min, rejestrując zmiany ciśnienia dennego ruchowego w czasie. Dane te zestawiono w tabelicy 3. Pozostałe dane są następujące: początkowe ciśnienie złożowe  $p_o = 15$  MPa, lepkość gazu  $\mu = 0,018$  cP, współczynnik ściśliwości  $Z = 0,9$ , temperatura złożowa  $T_z = 313$  K, porowatość  $\phi = 0,01$ , współczynnik ściśliwości układu skała złożowa i płyny ją nasycające  $c = 0,0294$  1/MPa, promień drenażu  $r_e = 200$  m, promień odwiertu  $r_o = 0,108$  m.

Tabela 3

$p_{dr}$ [MPa]	$t$ [min]	$p_{dr}$ [MPa]	$t$ [min]
14,82	5	13,79	300
14,74	15	13,67	360
14,66	25	13,56	420
14,47	60	13,45	480
14,25	120	13,26	600
14,07	180	13,05	720
13,92	240		

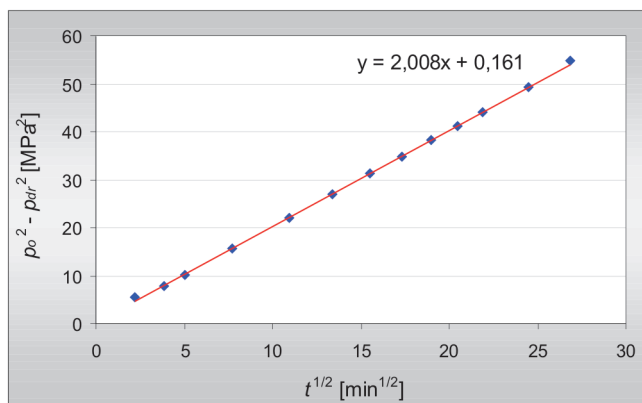
Obliczona na podstawie powyższych danych zależność  $p_o^2 - p_{dr}^2(t)$  od  $\sqrt{t}$  przedstawia się następująco:

Tabela 4

$p_o^2 - p_{dr}^2(t)$ [MPa <sup>2</sup> ]	$\sqrt{t}$ [min <sup>1/2</sup> ]	$p_o^2 - p_{dr}^2(t)$ [MPa <sup>2</sup> ]	$\sqrt{t}$ [min <sup>1/2</sup> ]
5,73	2,36	34,84	17,32
7,73	3,87	38,13	18,97
10,08	5,00	41,13	20,49
15,62	7,75	44,10	21,91
21,94	10,95	49,17	24,49
27,04	13,42	53,70	26,83
31,23	15,49		

Nachylenie wykresu  $p_o^2 - p_{dr}^2(t)$  od  $\sqrt{t}$  (rysunek 4) wynosi  $m = 2,008$ . Z równania (17) wynika, że nachylenie to równe jest:

$$m = 2,008 = 0,0161 \frac{Q_N \mu Z T}{R^2} \sqrt{\frac{1}{\phi k \mu c}}$$



Rys. 4. Wykres zależności  $p_o^2 - p_{dr}^2(t)$  od  $\sqrt{t}$

skaąd można obliczyć promień szczeliny  $R$ :

$$R = \sqrt{\frac{0,0161}{2,008}} \sqrt{\frac{Q[Nm^3/min] \mu[cP] ZT[K]}{\sqrt{\phi \mu[cP] k[mD] c[1/MPa]}}} =$$

$$= 0,0895 \sqrt{\frac{20 \cdot 0,018 \cdot 0,9 \cdot 313}{\sqrt{0,01 \cdot 0,018 \cdot 0,02 \cdot 0,0294}}} \cong 50 \text{ m}$$

Należy teraz sprawdzić, czy uprawnione było korzystanie z równania (17), które słuszne jest dla  $t$  spełniającego warunek (16), mający w jednostkach przemysłowych postać:

$$t[\text{min}] \leq 1,041 \cdot 10^3 \frac{R^2[m^2] \phi \mu[cP] c[1/MPa]}{k[mD]}$$

czyli

$$t[\text{min}] \leq 1,041 \cdot 10^3 \frac{50^2 \cdot 0,01 \cdot 0,018 \cdot 0,0294}{0,02} \leq 689 \text{ min}$$

Z powyższego wynika, że korzystanie z (17) było uprawnione.

Po czasie nieskończenie długim, przy założeniu ośrodka nieograniczonego – czyli w praktyce po długim okresie eksploatacji dla pokładu o dużej miąższości – można określić wielkość wydobywania w odwiercie ze szczeliną poziomą przy danej depresji [5]. Przyjmując powyższe dane oraz ciśnienie denne ruchowe na przykład  $p_{dr} = 8 \text{ MPa}$ , otrzymamy:

$$Q = \frac{(p_o^2 - p_{dr}^2) [MPa^2] R [m] k [mD]}{1,843 Z T [K] \mu [cP]} =$$

$$= \frac{(225 - 64) \cdot 50 \cdot 0,02}{1,843 \cdot 0,9 \cdot 313 \cdot 0,018} \approx 17,2 \text{ Nm}^3/\text{min}$$

Wyniki takie należy traktować z dużą ostrożnością, ponieważ po długim czasie eksploatacji zmienia się również wielkość ciśnienia złożowego, a ponadto powyższy wzór

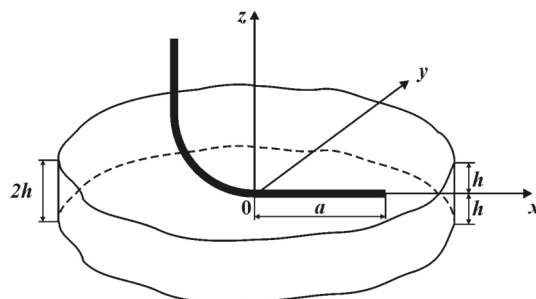
wyprowadzono przy założeniu ośrodka nieograniczonego. Ze wzoru (19) wynika, że dla stanu pseudoustalonego przyrost wydobywania w wyniku wykonania szczeliny poziomej, przy zachowaniu tej samej wielkości depresji, równy będzie:

$$\frac{Q_s}{Q_o} = \frac{R}{h} \ln \frac{r_e}{r_o \sqrt{e}} = \frac{50}{80} \ln \frac{200}{0,108 \sqrt{2,781}} \cong 4,4$$

### Odwiert poziomy (C)

Udostępnienie pokładu łupków odwiertem poziomym ma na celu uzyskanie możliwie jak najlepszego kontaktu hydrodynamicznego odwiertu ze złożem. Zagadnieniu ilościowego opisu dopływu mediów złożowych do odwiertu poziomego poświęcona jest praca [6], w której założono, że:

- w poziomym pokładzie o grubości  $h$  wykonano odwiert poziomy o promieniu  $r_o$ , który udostępniono przez perforację na odcinku o długości  $a$ . Sytuując początek prostokątnego układu współrzędnych w punkcie początkowym udostępnionego odcinka, a oś  $OX$  wzdłuż odcinka poziomego odwiertu, mamy sytuację taką jak pokazana na rysunku 5:



Rys. 5. Odwiert poziomy w warstwie produktywnej

- w chwili początkowej w złożu panuje pierwotne ciśnienie złożowe  $p_o$ ,
- w chwili  $t = 0$  odwiert rozpoczyna produkcję z wydajnością  $Q(t)$ ,
- w dużej odległości od odwiertu panuje pierwotne ciśnienie złożowe  $p_o$  dla każdego  $t$ ,
- rozpatrywany jest nieustalony przyływ medium złożowego do poziomego odcinka odwiertu o długości  $a$ ,
- każdy z punktów poziomego odcinka odwiertu traktowany jest jako źródło punktowe działające dla  $t > 0$ .

W pracy [5] wykazano, że w przypadku sferycznego dopływu do źródła zlokalizowanego w punkcie  $P(\xi, \eta, \mu)$ , w górotworze rozpatrywanym jako obszar nieograniczony, ciśnienie spełnia równanie:

$$\frac{\phi \cdot \mu \cdot c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla^2 p + \frac{\mu}{k} q(t) \delta(x - \xi) \delta(y - \eta) \delta(z - \mu) \quad (20)$$

gdzie źródło punktowe modelowane jest przy pomocy dystrybucji Diraca. W zapisie równania (20) uwzględniono warunek wynikający z prawa Darcy, który spełniać musi źródło punktowe o wydajności  $q(t)$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r^2 \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{q\mu}{4\pi k} \quad (21)$$

gdzie:

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \mu)^2} \quad (22)$$

W pracy [6] podano zależności wiążące ciśnienie denne ruchowe w otworze poziomym z czasem przyływu dla rozmaitych przedziałów czasowych; z tym, że mają one skomplikowany charakter. W pracy tej wykazano również, że dla

$$\begin{aligned} 7,23 \cdot 10^{-1} \frac{\phi\mu[\text{cP}]c[1/\text{MPa}]a^2[\text{m}^2]}{k[\text{mD}]} &\geq t[\text{dni}] \geq \\ &\geq 2,8938 \cdot 10^2 \frac{\phi\mu[\text{cP}]c[1/\text{MPa}](r_o^2 + h^2)[\text{m}^2]}{k[\text{mD}]} \end{aligned} \quad (23)$$

równanie wiążące wielkość ciśnienia dennego ruchowego z czasem – w przypadku przyływu gazu ze stałą wydajnością  $Q$  do odwiertu poziomego (pomijając dla prostoty oddziaływanie skin efektu) – ma postać:

$$(p_o - p_{dr})_s = \frac{Q_s \mu}{4\pi a k} \ln \frac{4kt}{\gamma \phi \mu c r_o h} \quad (24)$$

gdzie  $\gamma = 1,781$  – stała Eulera. Zbiór określony nierównością (23) nie jest zbiorem pustym dla  $a/h > 20$ .

Porównując (24) z równaniem opisującym przebieg zmian ciśnienia dennego ruchowego przy dopływie płynu złożowego do odwiertu pionowego udostępniającego pokład o miąższości  $h$

$$(p_o - p_{dr})_p = \frac{Q\mu}{4\pi h k} \ln \frac{4kt}{\gamma \phi \mu c r_o^2} \quad (25)$$

można prosto wykazać, że przy założeniu jednakowej depresji zachodzi (po przeliczeniu jednostek):

$$\frac{Q_s}{Q} = \frac{a}{h \left( 1 - \frac{\ln \frac{h}{r_o}}{\ln \frac{k[\text{mD}]t[\text{dni}]}{\phi\mu[\text{cP}]c[1/\text{MPa}]r_o^2[\text{m}^2]} - 1,639}} \right)} \quad (26)$$

gdzie  $Q_s$  i  $Q$  są to odpowiednio wydajności odwiertu poziomego i pionowego, przy tej samej wielkości depresji.

Jeżeli przepuszczalność złoża łupków nie jest znana to można ją określić na podstawie prędkości spadku ciśnienia dennego ruchowego. Równaniem wyjściowym jest zależność wyprowadzona w [6]:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{dr}}{dt} \left[ \frac{\text{MPa}}{\text{min}} \right] &= -0,461 \frac{Q_N[\text{Nm}^3/\text{min}] \mu[\text{cP}] ZT[\text{K}]}{p_o[\text{MPa}] a[\text{m}] k[\text{mD}] t[\text{min}]} \times \\ &\times \left( 1 + e^{-\frac{4,17 \cdot 10^3 \phi \mu[\text{cP}] c[1/\text{MPa}] h^2[\text{m}^2]}{k[\text{mD}] t[\text{min}]}} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

Wzór (27) słuszny jest dla  $t$  spełniającego warunek:

$$\begin{aligned} 1,0417 \cdot 10^3 \frac{\phi\mu[\text{cP}]c[1/\text{MPa}]a^2[\text{m}^2]}{k[\text{mD}]} &> t[\text{min}] > \\ &> -4,1667 \cdot 10^5 \frac{\phi\mu[\text{cP}]c[1/\text{MPa}]r_o^2[\text{m}^2]}{k[\text{mD}]} \end{aligned} \quad (28)$$

Sposób postępowania przy określaniu przepuszczalności  $k$  jest następujący: jeżeli oznaczymy  $k[\text{mD}]t[\text{min}] = v$ , to – jak wynika z (28) – zachodzi:

$$\begin{aligned} 1,0417 \cdot 10^3 \cdot \phi\mu[\text{cP}]c[1/\text{MPa}]a^2[\text{m}^2] &> v[\text{mD} \cdot \text{min}] > \\ &> -4,1667 \cdot 10^5 \cdot \phi\mu[\text{cP}]c[1/\text{MPa}]r_o^2[\text{m}^2] \end{aligned} \quad (29)$$

Po podstawieniu do (27) wielkości  $v$  zamiast  $kt$  można dla  $v$  z przedziału określonego nierównością (29) skonstruować teoretyczny wykres zależności  $dp_{dr}/dt$  vs.  $v$ , gdyż pozostałe wartości są znane. Przykładowo, jeżeli po czasie  $t$  zarejestrowana zostanie określona prędkość spadku ciśnienia  $dp_{dr}/dt$ , to dla wartości tej odczytywana jest odpowiadająca mu wielkość  $v$ , skąd obliczana jest przepuszczalność  $k$ , gdyż  $v = kt$ , a czas  $t$  jest znany. Procedura ta zostanie zilustrowana w przykładzie nr 3.

### Przykład nr 3

Przy pewnej depresji, w przypadku otworu pionowego, przeciętna wydajność gazu z pokładu łupków o miąższości  $h = 20$  m wynosi  $1,5 \text{ Nm}^3/\text{min}$ . W celu uzyskania wydobywania o znaczeniu przemysłowym złożo udostępniono odwiertem poziomym na długości  $a = 800$  m. Chcemy określić przybliżoną wydajność takiego odwiertu, przy założeniu utrzymywania takiej samej wielkości depresji. Pozostałe dane są następujące: porowatość  $\phi = 0,01$ , lepkość gazu  $\mu = 0,018$  cP, przepuszczalność  $k = 0,01$  mD, współczynnik ściśliwości układu skała złożowa i płynu ją nasycające  $c = 0,0294$  1/MPa, promień odwiertu  $r_o = 0,108$  m.

Wzór (24), a zatem (26), słuszny jest dla  $t$  z przedziału określonego nierównością (23), czyli dla podanego zestawu danych otrzymamy:

$$245 \text{ dni} > t > 61 \text{ dni}$$

Jak wynika z (26), w przedziale tym wielkość  $Q_s/Q$  równa będzie około 62 dla  $t = 61$  dni oraz 60 dla  $t = 245$  dni, czyli wykonanie otworu o długości odcinka poziomego równej 800 m zwiększy około 60-krotnie wielkość wydobywania w tym interwale czasowym – względem wydobywania odwiertu pionowego – przy zachowaniu tej samej wielkości depresji, czyli do  $60 \cdot 1,5 = 90 \text{ Nm}^3/\text{min}$ . Przy krótszym odcinku poziomym odwiertu wzrost wydobywania będzie odpowiednio mniejszy.

**Przykład określania przepuszczalności w odwiercie poziomym (hipotetyczny) nr 4**

Po wykonaniu odwiertu poziomego o długości udostępnionego odcinka wynoszącej  $a = 800$  m przystąpiono do eksploatacji z wydajnością  $Q_N = 90 \text{ Nm}^3/\text{min}$ . Ciśnienie złożowe  $p_o$  wynosiło 15 MPa, a pozostałe dane są identyczne jak w przykładzie nr 3.

Sposób postępowania jest następujący:

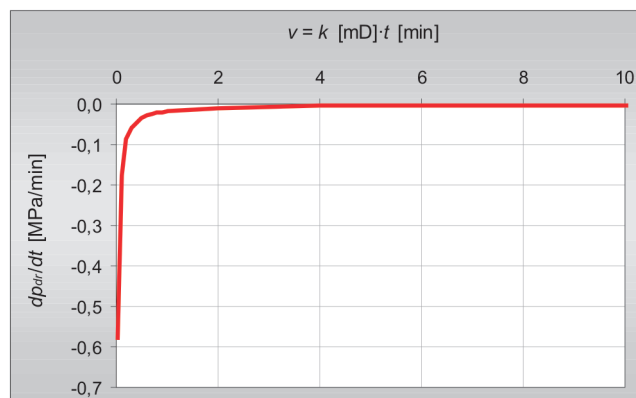
- Korzystając z nierówności (29) określamy przedział  $v$ , dla którego słuszny jest wzór (27). Ze wzoru (29), po podstawieniu odpowiednich danych otrzymamy:

$$3528 > v > 0,026$$

- Dla wartości  $v$  z powyższego przedziału konstruujemy teoretyczny wykres  $dp_{dr}/dt$  vs.  $v$ , pokazany dla podanego zestawu danych na rysunku 6 (dla każdego zestawu danych wykres będzie inny).

Podane zależności umożliwiają ocenę wzrostu wydobywania gazu z odwiertu udostępniającego pokład o małej przepuszczalności, w wyniku wykonania w złożu szczeliny pionowej i poziomej, jak również umożliwiają porównanie wielkości wydobywania gazu dla przypadków udostępnienia złoża odwiertem poziomym i pionowym. Z uwagi na założenia przyjęte w modelach matematycznych stojących za poszczególnymi zależnościami, wzory określające  $Q_s/Q$  mają charakter przybliżony, ale przypuszczalnie wystarczający dla celów inżynierskich – pod warunkiem spełnienia założeń przyjętych w poszczególnych modelach.

Należy pamiętać, że w pokładach łupków udostępnionych za pomocą odwiertu poziomego dodatkowo wykonuje się szczelinowania, przy czym wzrost wydajności spowo-



Rys. 6. Wykres zależności  $dp_{dr}/dt$  vs.  $v$ , dla danych z przykładu nr 4

Tablica 5

$t$ [min]	$dp_{dr}/dt$ [MPa/min]	$v$ [mD·min]	$k$ [mD]
50	0,0351	0,5	0,01
250	0,0072	2,5	0,01
500	0,0041	5,0	0,01
1000	0,0025	10,0	0,01

- Pomiary wykonywane podczas eksploatacji zestawiono w tablicy 5, wraz z odpowiadającymi im (odczytywanymi z wykresu) wielkościami  $v$  oraz obliczonymi przepuszczalnościami  $k$ .

Przepuszczalność można również określić wykorzystując wzór (24), to jest przekształcając go dla potrzeb przepływu gazu i rejestrując zależność  $p_o^2 - p_{dr}^2$  od  $\log t$  – analogicznie jak przy interpretacji standardowych testów otworowych. Sposób podany powyżej umożliwi jednak określanie  $k$  w znacznie szerszym przedziale czasowym.

**Uwagi końcowe**

dowany wykonaniem takiego kompleksu zabiegów nie jest prostą sumą wzrostów wydajności spowodowanych pojedynczym zabiegiem, gdyż zmienia się przebieg linii prądu przy dopływie gazu do odwiertu. Ponadto, złożę gazu w łupkach często jest udostępniane za pomocą kilku odwiertów poziomych wykonywanych z pojedynczego odwiertu pionowego. W takich przypadkach ocena efektów udostępnienia wymagałaby budowy skomplikowanych modeli numerycznych.

Jak wynika z przytoczonych przykładów obliczeniowych, zabieg szczelinowania może spowodować kilkukrotny wzrost wydobywania, względem wielkości charakterystycznej dla standardowego odwiertu pionowego. W przypadku udostępnienia złoża odwiertem poziomym



wzrost wydobywania może być nawet kilkudziesięciokrotny lub większy (w przypadku bardzo długich odcinków poziomych odwiertu). Należy jednak pamiętać, że ten kilku- lub

kilkunastokrotny wzrost wydobywania należy odnieść do bardzo niskiego poziomu początkowego – rzędu kilku  $\text{Nm}^3/\text{min}$  – z uwagi na krańcowo niską przepuszczalność łupków.

### Oznaczenia

$Q_s$  – wydajność odwiertu po szczelinowaniu lub odwiertu pionowego,  
 $Q_o$  – wydajność odwiertu pionowego,  
 $a$  – długość szczeliny lub długość odcinka poziomego odwiertu,  
 $h$  – miąższość pokładu,  
 $k$  – przepuszczalność,  
 $\mu$  – lepkość,  
 $T$  – temperatura,

$Z$  – współczynnik uwzględniający odstępstwa zachowania gazu rzeczywistego względem gazu idealnego,  
 $c$  – współczynnik ściśliwości,  
 $r_o$  – promień odwiertu,  
 $p_o$  – początkowe ciśnienie złożowe,  
 $p_{dr}$  – ciśnienie denne ruchowe,  
 $r_e$  – promień drenażu,  
 $R$  – promień szczeliny poziomej,  
 $t$  – czas.

Artykuł nadesłano do Redakcji 28.07.2010 r. Przyjęto do druku 29.09.2010 r.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Józef Raczkowski

### Literatura

- [1] Kącki E.: *Termokinetika*. WNT, Warszawa, 1967.
- [2] Sneddon I.: *Równania różniczkowe i cząstkowe*. PWN, Warszawa, 1981.
- [3] Szpunar T., Budak P., Herman Z.: *Metodyka badań hydrodynamicznych w otworach wiertniczych wykonywanych dla pozyskania gazu ze złóż węgla kamiennego*. Dok. INiG, Kraków, 1992.
- [4] Szpunar T., Budak P.: *Interpretacja danych ciśnieniowych początkowego okresu przyływu płynu do otworu przechodzącego przez warstwę produktywną ze szczeliną poziomą*. Nafta-Gaz, nr 9, 2009.
- [5] Szpunar T.: *Interpretacja krzywych przyływu i odbudowy w odwiertach ze szczeliną poziomą*. Nafta-Gaz, nr 1, 1993.
- [6] Szpunar T.: *Interpretacja wyników badań hydrodynamicznych w odwiertach poziomych*. Nafta-Gaz, nr 9–10, 1992.
- [7] Szpunar T.: *Metoda interpretacji krzywych spadku i odbudowy ciśnienia w odwiertach ze szczeliną pionową*. Górnictwo, Zeszyt 2, 1987.
- [8] Szpunar T.: *Wpływ szczeliny pionowej na zmiany ciśnienia w otworze przy nieustalonym przepływie cieczy słabościśliwej*. Górnictwo, Zeszyt 4, 1986.



Dr inż. Tadeusz SZPUNAR – adiunkt w Zakładzie Inżynierii Naftowej INiG w Krakowie. Autor szeregu opracowań z zakresu inżynierii złożowej, eksploatacji, wiertnictwa, magazynowania gazu w kawernach solnych, zagadnień związanych z mechaniką górotworu oraz innych. Autor i współautor kilkudziesięciu publikacji naukowych oraz patentów.



Mgr inż. Paweł BUDAK – starszy specjalista naukowo-badawczy w Zakładzie Inżynierii Naftowej INiG w Krakowie. Zajmuje się realizacją prac naukowych i naukowo-badawczych, głównie z zakresu inżynierii złożowej, wiertnictwa i eksploatacji podziemnych magazynów gazu w kawernach solnych oraz tworzeniem oprogramowania na potrzeby przemysłu naftowego i gazowniczego.